DS $n^\circ 1$ de mathématiques
Durée : 2h

La calculatrice n'est pas autorisée

Il sera tenu compte de la rédaction et des justifications au-delà des résultats : si je dois deviner comment vous avez fait, vous n'aurez pas tous les points
Le barème sera compté sur 40

Exercice 1 : calcul algébrique (≈7 pts)

1. Rappeler les trois identités remarquables(avec des nombres réels a et b).
2. Ecrire sous la forme la plus simple possible les expressions suivantes :

A= $\dfrac{4x^2-9}{4x^2-12x+9}$

B= $\dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{1}{x^2}}$

Exercice 2 : fonctions affines (≈5 pts)

1. Retrouver(sans utiliser de dessin) l'expression de la fonction affine dont la courbe représentative dans un repère du plan passe par les points $M(3;9)$ et $N(-6;-3)$.
2. En expliquant brièvement votre démarche, représenter l'allure de la courbe représentative de la fonction f définie par
$$f(x) = |-0,5x+4|$$
(valeur absolue d'une fonction affine).

Exercice 3 : trigonométrie (≈11 pts)

1. (a) Rappeler les formules d'addition suivantes :
   $\forall a \in \mathbb{R}, \forall b \in \mathbb{R}, cos(a+b) = \dots$ et $sin(a+b) = \dots$
   (b) Mettre au même dénominateur $\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\pi}{4}$
   (c) Calculer des valeurs exactes de $sin\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)$ et $cos\left(\dfrac{5\pi}{12}\right)$
2. (a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $sin(2x) = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
   (b) Placer(approximativement) les solutions trouvées sur les points correspondants du cercle trigonométrique.

Exercice 4 : polynômes

1. On considère la fonction f définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - x - 12$.
   (a) Déterminer les coordonnées du sommet de f
   (b) Déterminer les éventuelles racines de f et sa forme factorisée
2. On considère la fonction g définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 + x^2 - 14x - 24$
   (a) Montrer que -2 est une racine de g
   (b) Déterminer une factorisation de g du type $g(x) = (x+2)(ax^2+bx+c)$
   (c) En déduire la forme complètement factorisée de $g(x)$

Exercice 5 : Résolution d'équations et inéquations (≈ 8 pts)
On pensera à préciser le domaine de définition des expressions qui apparaissent.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $e^{x+2} = 3e^{2x}$
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $ln(x-1) + ln(3x+2) \leqslant ln(4x)$