TSI1 2023/2024 : Colle $n^\circ 24$, semaine du 8 au 13 avril

---

1 Polynômes

1.1 Définitions

- Suites presque nulles, définition de $\mathbb{K}[X]$ ($\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$).
- Degré d'un polynôme.
- Monôme, polynôme nul polynôme constant
- Calculs sur $\mathbb{K}[X]$: addition, multiplication par un scalaire, produit de polynômes(produit de convolution des coefficients).
- Principe d'identification des ceofficients

1.2 Divisibilité

- Le degré du polynôme nul est $-\infty$ par convention.
- $d^\circ(PQ) = d^\circ(P) + d^\circ(Q)$ et $d^\circ(P+Q) \leqslant max(d^\circ(P); d^\circ(Q))$
- Coefficient dominant et polynôme unitaire.
- Notion de diviseur et de multiple dans $\mathbb{K}[X]$
- Division euclidienne de A par B dans $\mathbb{K}[X]$: existence et unicité de $(Q; R)$ tels que $A = BQ+R$; avec $d^\circ(R) < d^\circ(B)$.
- DÃ©monstration de l'unicitÃ© du quotient et du reste.
- Algorithme de division euclidienne.

1.3 Racines d'un polynôme

- Fonction polynomiale associée à un polynôme et évaluation en $\alpha \in \mathbb{K}$.
- Définition d'une racine.
- α est une racine de P $\iff$ $(X - \alpha)$ divise P (et dÃ©monstration)
- Conséquences :
  Si P admet n racines, alors $d^\circ(P) \geqslant n$.
  Si $d^\circ(P) \leqslant n$ et que P admet $n+1$ racines, alors $P = 0_{\mathbb{K}[X]}$.
- Polynôme dérivé. Degré de P'.
- Formule de Taylor, formule de Leibniz
- Ordre de multiplicité d'une racine.
- Si α est racine d'ordre $k \geqslant 2$ de P, alors α est racine d'ordre $k-1$ de P'.
- Polynôme scindé.