KHÔLLE	Modélisation des liaisons Fermeture géométrique

1 MANEGE EXTREME (EXTRAIT DE VUIBERT PREPA)

Le manège « Extrême » est classé parmi les manèges à sensations. On donne le dessin ainsi que le schéma cinématique plan du manège.

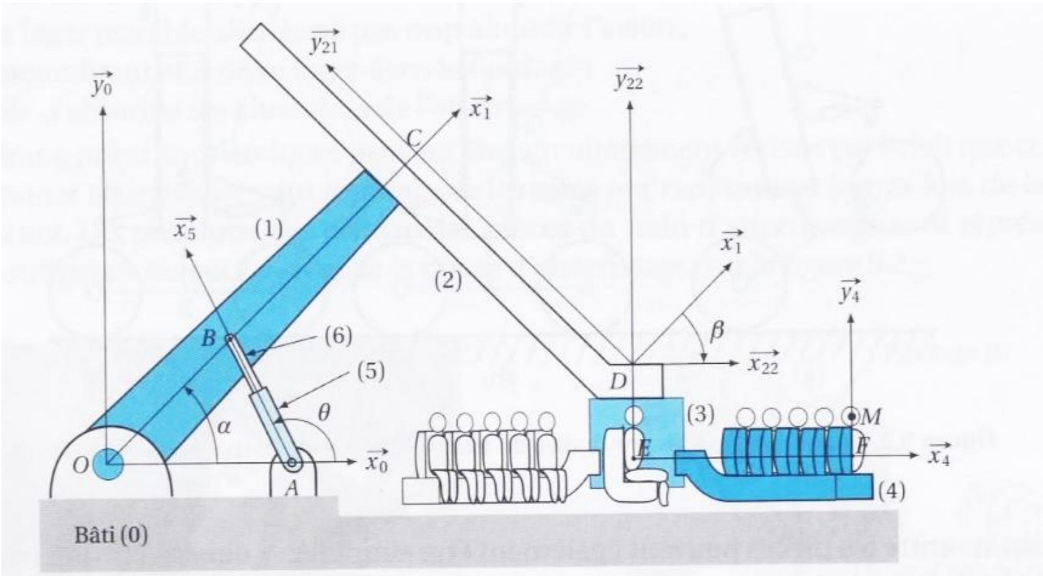
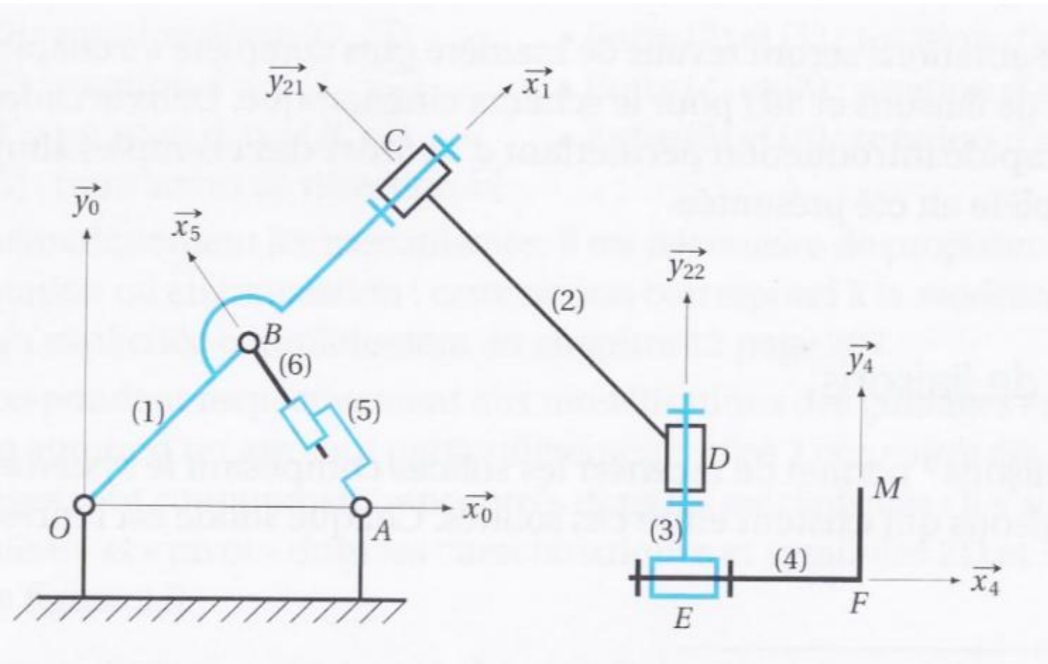


Figure 9.4. Schéma paramétré du manège « Extrême ».



KHÔLLE	Modélisation des liaisons Fermeture géométrique

Pièces et repères associés

0 – Bâti : $R_0(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$

1 – Bras : $R_1(O,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_0)$

2 – Avant-bras :

3 – Poignet :

4 – Nacelle :

5 – Corps du vérin : $R_5(A,\vec{x}_5,\vec{y}_5,\vec{z}_0)$

6 – Tige de vérin : $R_6(B,\vec{x}_5,\vec{y}_5,\vec{z}_0)$

Données géométriques

$\overrightarrow{OB} = R_1.\vec{x}_1$

$\overrightarrow{OA} = L_0.\vec{x}_0$

$\overrightarrow{OC} = L_1.\vec{x}_1$

$\overrightarrow{DC} = L_2.\vec{y}_{21}$

$\overrightarrow{ED} = L_3.\vec{y}_{22}$

$\overrightarrow{EM} = L_4.\vec{x}_4 + H_4.\vec{y}_4$

Paramètres

$\alpha(t) = (\vec{x}_0,\vec{x}_1) = (\vec{y}_0,\vec{y}_1)$

$\theta(t) = (\vec{x}_0,\vec{x}_5) = (\vec{y}_0,\vec{y}_5)$

$\varphi(t) = (\vec{x}_1,\vec{x}_5) = (\vec{y}_1,\vec{y}_5)$

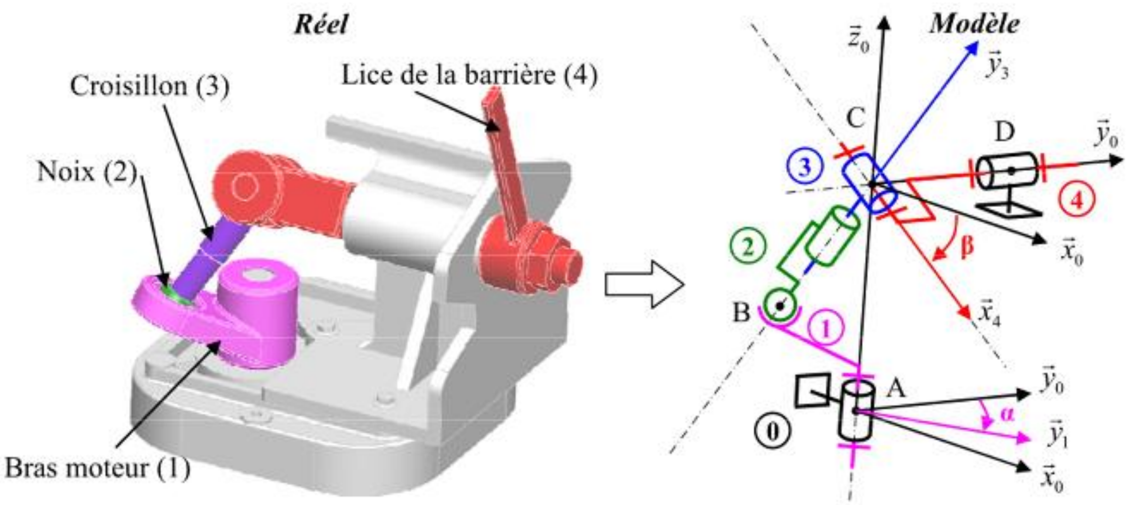
$\overrightarrow{AB} = \lambda(t).\vec{x}_5$

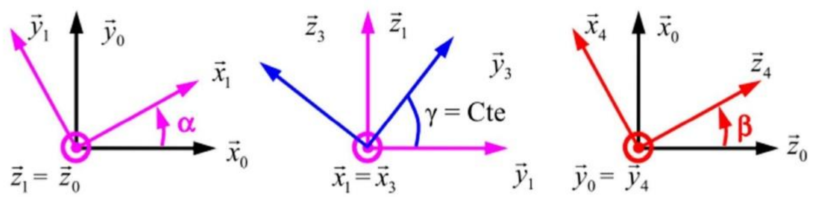
1- Proposer un graphe de liaisons du mécanisme.
2- Entourez la boucle ouverte et la boucle fermée du mécanisme.
3- Pour la boucle fermée, indiquez quels sont les paramètres relatifs à chaque liaison.
4- Faire la figure plane représentant les angles $\alpha(t), \theta(t), \varphi(t)$.
5- Ecrire la fermeture géométrique relative à la boucle **0**-**1**-**6**-**5**-**0**.
6- Ecrire l'équation en projection dans la base associée à **1**.

2 MECANISME SINUSMATIC

Ce mécanisme équipe des barrières de parking. Il permet de transformer le mouvement d'entrée de l'arbre moteur (rotation continue) en un mouvement de rotation alternative de la lice **4** de barrière.

Le schéma cinématique 3D est donné ci-dessous ainsi que les repères associés aux différentes pièces.





Pièces et repères associés

0 – Bâti : $R_0(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$

1 – Bras moteur : $R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1 = \vec{z}_0)$

2 – Noix : $R_2(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2 = \vec{y}_3, \vec{z}_2)$

3 – Croisillon : $R_3(C, \vec{x}_3 = \vec{x}_4, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$

4 – Lice : $R_4(D, \vec{x}_4, \vec{y}_4 = \vec{y}_0, \vec{z}_4)$

Données géométriques

$$\overrightarrow{AB} = -R.\vec{y}_1$$

$$\gamma = (\vec{y}_1, \vec{y}_3) = (\vec{z}_1, \vec{z}_3) = cte$$

Paramètres

$$\alpha(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$$

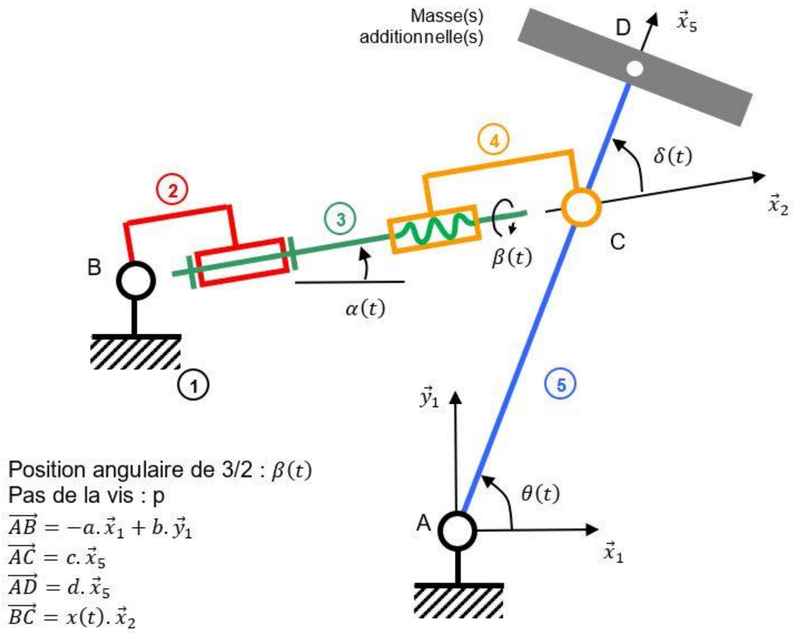
$$\beta(t) = (\vec{z}_0, \vec{z}_4) = (\vec{x}_0, \vec{x}_4)$$

1- Faire le graphe de liaison du mécanisme.
2- Indiquez les mouvements relatifs pour chaque liaison.
3- Exprimer $\vec{x}_4$ dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.
4- Exprimer $\vec{y}_3$ dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.
5- Exprimer $\vec{y}_1$ dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.
6- Que peut-on dire du produit scalaire $\vec{x}_4 \cdot \vec{y}_3$?
7- A l'aide des questions précédentes, calculer ce produit scalaire.

KHÔLLE	Modélisation des liaisons Fermeture géométrique

3 MAXPID

On présente ci-dessous le modèle cinématique du robot MaxPID.



Pièces et repères associés	Données géométriques	Paramètres
1 – Bâti : $R_1(A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$	$\overrightarrow{AB} = -a.\vec{x}_1 + b.\vec{y}_1$	$\alpha(t) = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$
2 – Corps moteur : $R_2(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_1)$	$\overrightarrow{AC} = c.\vec{x}_5$	$\beta(t) = (\vec{y}_2, \vec{y}_3) = (\vec{z}_2, \vec{z}_3)$
3 – Axe moteur + vis : $R_3(B, \vec{x}_2, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$	$\overrightarrow{AD} = d.\vec{x}_5$ (d réglable)	$\theta(t) = (\vec{x}_1, \vec{x}_5) = (\vec{y}_1, \vec{y}_5)$
4 – Ecrou : $R_4(C, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_1)$		$\delta(t) = (\vec{x}_2, \vec{x}_5) = (\vec{y}_2, \vec{y}_5)$
5 – Bras : $R_5(A, \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_1)$		$\overrightarrow{BC} = x(t).\vec{x}_2$

Rem : la rotation de l'arbre moteur **2** par rapport à la noix **1** est paramétrée par l'angle $\beta(t)$ autour de $\vec{x}_1$.

1- Faire le graphe des liaisons du mécanisme.
2- Donner les mobilités des liaisons **2/1**, **3/2**, **5/1** en fonction des paramètres définis.
3- Faire une figure plane représentant les bases liées à **1**, **5** et **2** ainsi que les angles associés aux différentes rotations $\alpha(t), \theta(t), \delta(t)$. En déduire la relation entre les angles $\alpha(t), \theta(t), \delta(t)$.
4- Exprimer $\vec{x}_5$ et $\vec{x}_2$ dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.
5- Ecrire la fermeture géométrique entre les points A, B, C.
6- En déduire la relation entre $x(t)$ et $\theta(t)$.

KHÔLLE	Modélisation des liaisons Fermeture géométrique

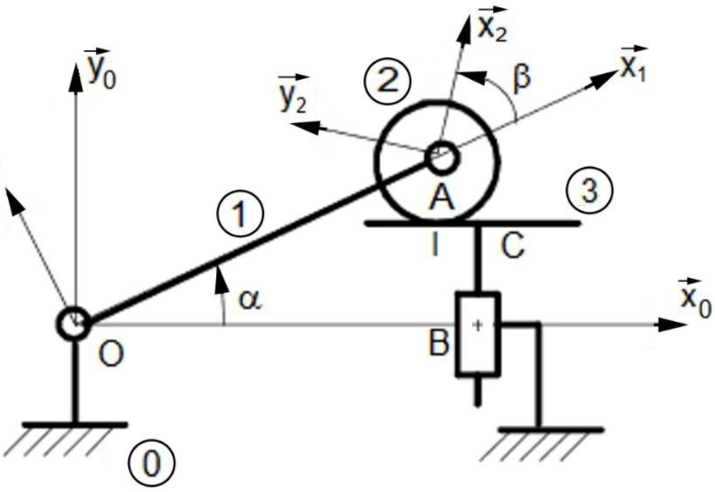
4 GALET SUR PLATEAU

Un bras **1** est lié au bâti **0** par une liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_0)$.

La roulette **2**, de rayon r, est liée au bras **1** par une liaison pivot d'axe $(A, \vec{z}_0)$.

Le plateau **3** est lié au bâti **0** par une liaison glissière de direction $\vec{y}_0$.

La roulette **2** est en contact ponctuel en I de normale $\vec{y}_0$ avec le plateau **3**.



Repères	Données géométriques	Paramètres
0 – Bâti : $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$	$\overrightarrow{OB} = b.\vec{x}_0$	$\alpha(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$
1 – Bras : $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$	$\overrightarrow{OA} = a.\vec{x}_1$	$\beta(t) = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$
2 – Galet : $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$	$\overrightarrow{IA} = r.\vec{y}_0$	$\overrightarrow{BC} = \lambda(t).\vec{y}_0$
3 – Plateau : $R_3(C, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$		$\overrightarrow{IC} = \mu(t).\vec{x}_0$

1- Faire le graphe des liaisons du mécanisme.
2- Tracer les figures planes correspondant au paramétrage.

On considère l'angle $\alpha(t)$ comme le paramètre d'entrée et $\lambda(t)$ comme le paramètre de sortie.

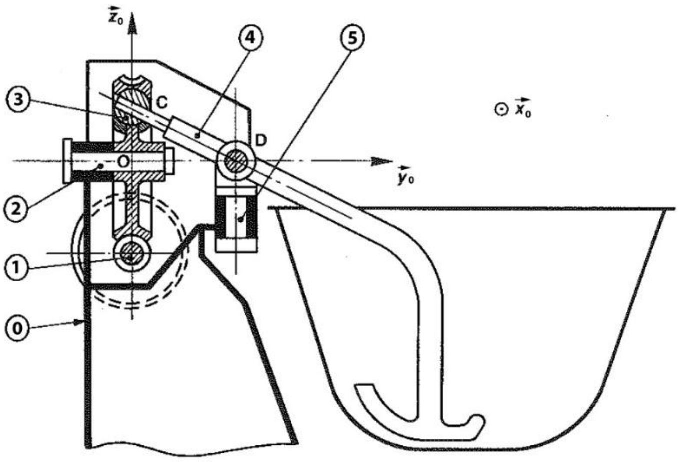
3- En écrivant une fermeture géométrique, déterminer la loi d'entrée-sortie du mécanisme :

$$\lambda(t) = f[\alpha(t)]$$

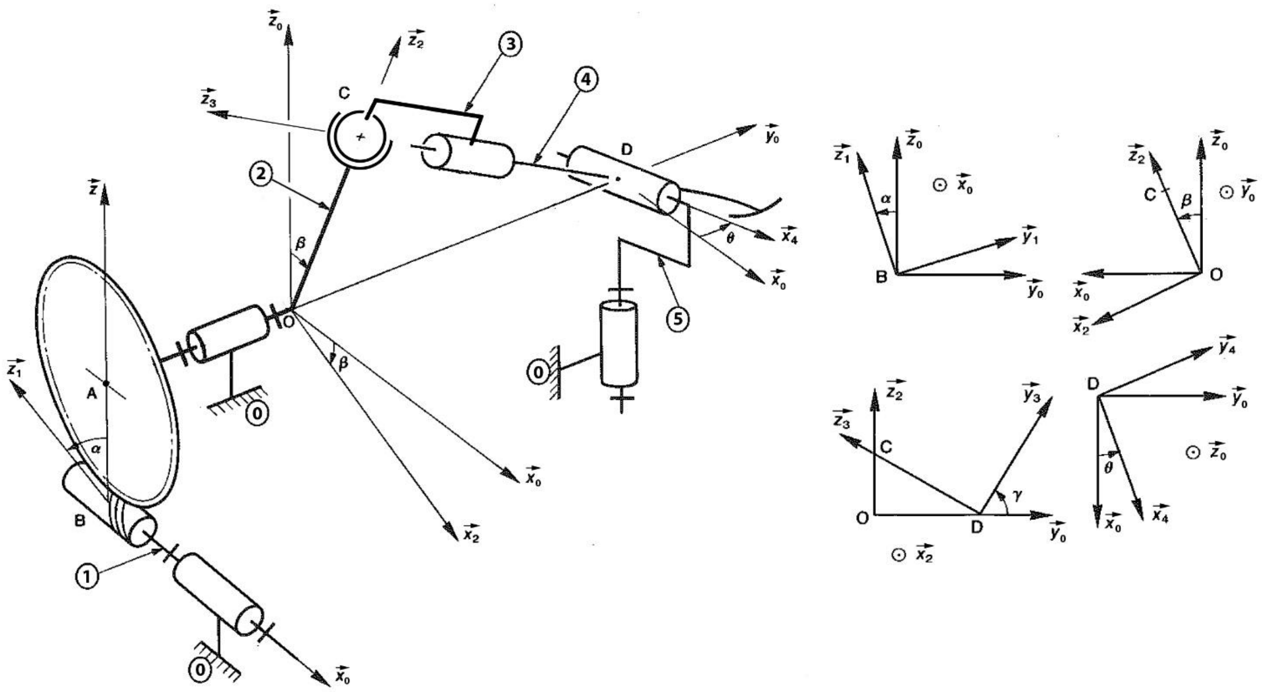
KHÔLLE	Modélisation des liaisons Fermeture géométrique

5 MELANGEUR – MALAXEUR

La figure ci-dessous représente un mélangeur.



Le moteur entraine l'arbre **1** qui communique son mouvement au bras mélangeur **4** par l'intermédiaire d'un système roue-vis sans fin (vis sans fin à un filet à droite, roue à n dents), d'une sphère **3** installée dans la roue **2** et percée d'un alésage dans lequel coulisse le bras **4**. Ce bras **4** peut tourner autour d'un axe horizontal et d'un axe vertical grâce à un support **5** guidé dans le bâti **0**.



KHÔLLE	Modélisation des liaisons Fermeture géométrique

On donne les informations suivantes :

Repères	Données géométriques	Paramètres
0 – Bâti : $R_0(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$	Vis **1** à un filet à droite	$\alpha(t)=(\vec{y}_0,\vec{y}_1)=(\vec{z}_0,\vec{z}_1)$
1 – Vis : $R_1(B,\vec{x}_0,\vec{y}_1,\vec{z}_1)$	Roue **2** à n dents	$\beta(t)=(\vec{x}_0,\vec{x}_2)=(\vec{z}_0,\vec{z}_2)$
2 – Roue : $R_2(O,\vec{x}_2,\vec{y}_0,\vec{z}_2)$	$\overrightarrow{OC}=R.\vec{z}_2$	$\theta(t)=(\vec{x}_0,\vec{x}_4)=(\vec{y}_0,\vec{y}_4)$
4 – Bras : $R_4(D,\vec{x}_2,\vec{y}_3,\vec{z}_3)$	$\gamma=(\vec{y}_0,\vec{y}_3)=(\vec{z}_2,\vec{z}_3)=cte$	
5 – Support : $R_5(D,\vec{x}_4,\vec{y}_4,\vec{z}_0)$		

1- Faire le graphe des liaisons du mécanisme.
2- En remarquant qu'au cours du fonctionnement $\vec{z}_3$ reste toujours perpendiculaire à $\vec{x}_4$, écrire la loi d'entrée-sortie du système :

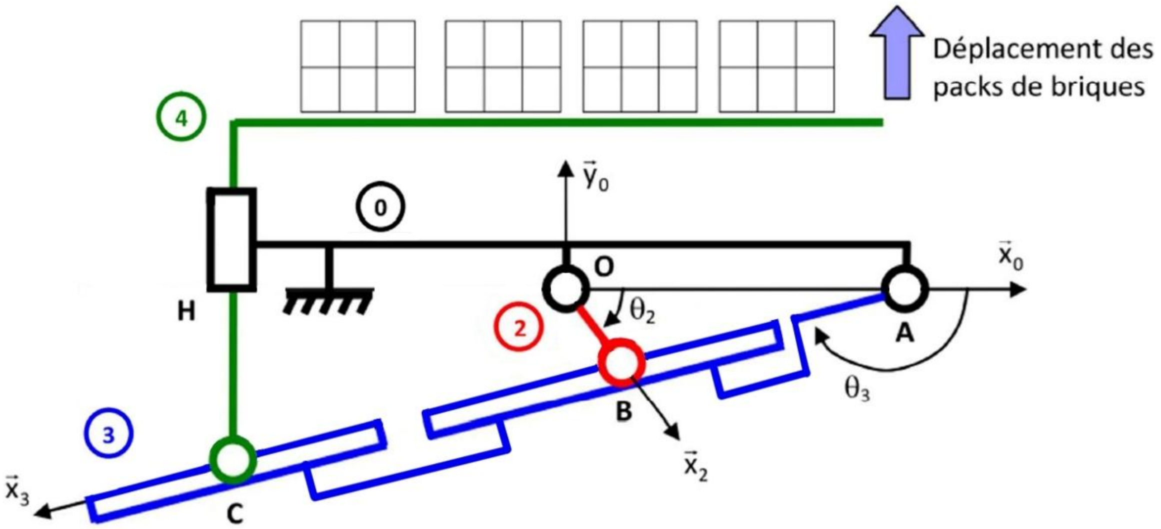
$$\theta(t)=f[\alpha(t),\gamma]$$

KHÔLLE	Modélisation des liaisons Fermeture géométrique

6 PALETTISEUR DE BRIQUES DE LAIT

Des briques de lait de 1 litre sont stockées par groupe de 6 et déposées sur des palettes. Dans la chaîne de conditionnement, on utilise des poussoirs pour déplacer des lots de 6 briques.

On donne ci-dessous le modèle retenu pour l'étude.



Le bâti **0** est fixe. Un motoréducteur anime en rotation la manivelle **2**. Par l'intermédiaire d'une liaison en B, la manivelle **2** déplace le bras **3** en rotation autour de l'axe $(A, \vec{z}_0)$ qui déplace lui-même le poussoir **4** en translation suivant la direction $\vec{y}_0$.

On donne les informations suivantes :

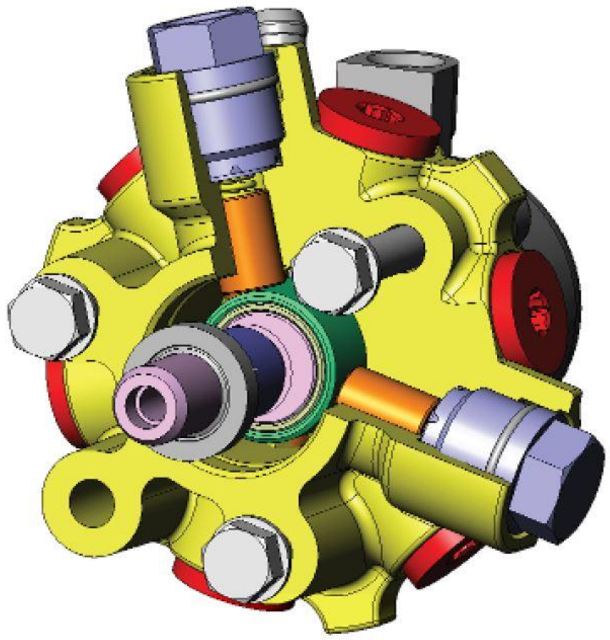
Repères	Données géométriques	Paramètres
0 – Bâti : $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$	Vis **1** : un filet à droite	$\theta_2(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$
2 – Manivelle : $R_2(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$	Roue **2** : n dents	$\theta_3(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$
3 – Bras : $R_3(A, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$	$\overrightarrow{OB} = R.\vec{x}_2$	$\overrightarrow{AB} = \mu(t).\vec{x}_3$
4 – Poussoir : $R_4(C, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$	$\overrightarrow{HA} = L.\vec{x}_0$	$\overrightarrow{AC} = \lambda(t).\vec{x}_3$
	$\overrightarrow{OA} = L_1.\vec{x}_0$	$\overrightarrow{CH} = y(t).\vec{y}_0$

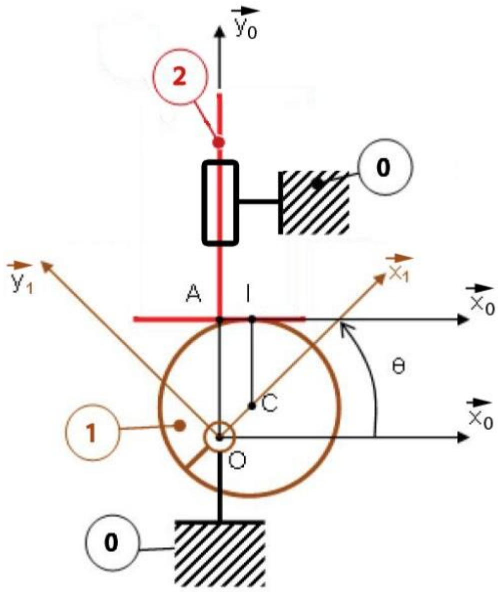
1- Faire le graphe des liaisons du mécanisme.
2- Faire les figures planes associées aux angles du paramétrage.
3- Ecrire une fermeture géométrique sur $OABO$ et exprimer la relation $\theta_3(t) = f[\theta_2(t)]$ en la mettant sous la forme : $tan\,\theta_3(t) = \cdots$
4- Ecrire une fermeture géométrique sur $HACH$ et exprimer la relation $y(t) = g[\theta_3(t)]$.
5- En déduire la loi d'entrée-sortie : $y(t) = h[\theta_2(t)]$

KHÔLLE	Modélisation des liaisons Fermeture géométrique

7 POMPE HYDRAULIQUE A PISTONS AXIAUX

On présente ci-dessous la maquette numérique d'une pompe hydraulique à pistons axiaux accompagné de son modèle cinématique.





L'arbre d'entrée **1** est en liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_0)$ avec le bâti **0**. L'arbre **1** comporte une partie excentrée permettant d'assurer le déplacement du piston **2** selon $\vec{y}_0$.

On donne les informations suivantes :

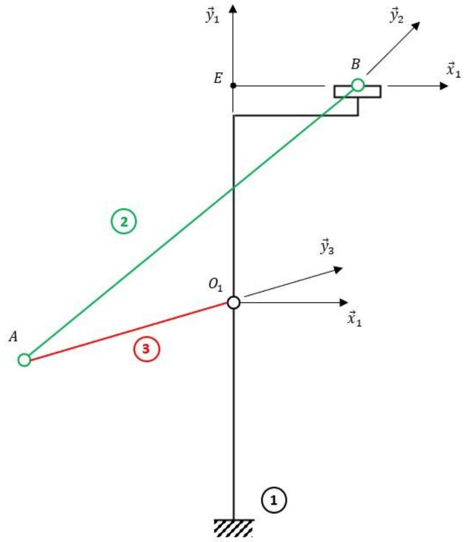
Repères	Données géométriques	Paramètres
0 – Bâti : $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$	$\overrightarrow{OC} = e.\vec{x}_1$	$\theta(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$
1 – Arbre : $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$	$\overrightarrow{CI} = R.\vec{y}_0$	$\overrightarrow{OA} = \lambda(t).\vec{y}_0$
2 – Piston : $R_2(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$		$\overrightarrow{AI} = \mu(t).\vec{x}_0$

1- Faire le graphe des liaisons du mécanisme.
2- Ecrire une fermeture géométrique pour exprimer la loi d'entrée-sortie : $\lambda(t) = f[\theta(t)]$

KHÔLLE	Modélisation des liaisons Fermeture géométrique

8 PORTE DE GARAGE

La photo ci-dessous montre une porte de garage. Le modèle cinématique plan situé à droite décrit la cinématique du système.
Le panneau **1** est articulé par rapport au mur grâce à deux bras **3**. Ces deux bras **3** pivotent par rapport au mur **1** autour de l'axe $(O_1, \vec{z}_1)$ et par rapport au panneau **2** autour de l'axe $(A, \vec{z}_1)$.
Deux galets situés en B permettent au panneau **2** de coulisser sur deux rails fixés au plafond.



On donne les informations suivantes :

Repères	Données géométriques	Paramètres
1 – Bâti : $R_1(O_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$	$\overrightarrow{O_1A} = -a.\vec{y}_3$	$\theta(t) = (\vec{x}_1, \vec{x}_3) = (\vec{y}_1, \vec{y}_3)$
2 – Panneau : $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_1)$	$\overrightarrow{AB} = 2a.\vec{y}_2$	$\alpha(t) = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$
3 – Bras : $R_2(O_1, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_1)$	$\overrightarrow{O_1E} = a.\vec{y}_1$	$\overrightarrow{EB} = \lambda(t).\vec{x}_1$

1- Etablir le graphe des liaisons de ce système.
2- Tracer les 2 figures planes définissant, dans les bases concernées, les 2 paramètres angulaires variables associés aux mouvements des solides **2** et **3** par rapport à **1**.
3- Ecrire l'équation vectorielle issue d'une fermeture géométrique de ce système en exprimant chaque vecteur dans la base du solide auquel il appartient.
4- Exprimer cette équation vectorielle dans la base liée à **1**.
5- En déduire : $\lambda(t) = f[\theta(t)]$, $\alpha(t) = f[\theta(t)]$ et $\dot{\alpha}(t) = f\left[\theta(t), \dot{\theta}(t)\right]$
6- Nommer la trajectoire de A du solide **3** par rapport au solide **1**.
7- Soit G_2 le centre d'inertie du panneau **2** ($\overrightarrow{AG_2} = a.\vec{y}_2$), déterminer $\vec{V}(G_2, 2/1)$ en fonction de $\theta(t)$ et a.