

1. MISE EN CONTEXTE

Les centrifugeuses de laboratoire sont utilisées pour séparer les différents composants d'un liquide. Une des principales caractéristiques de ce type de matériel est sa capacité d'accélération définie par le nombre de « g » qui caractérise l'accélération centrifuge qui s'applique aux produits installés dans la centrifugeuse. Sous l'effet de cette accélération, les éléments dont la masse volumique est la plus importante se concentrent au fond de l'éprouvette.

La centrifugeuse peut être équipée d'un rotor à paniers oscillants. Lors de la rotation du rotor, les paniers s'inclinent ce qui améliore l'efficacité de la centrifugeuse puisque la distance du produit à l'axe de rotation, et donc l'accélération centripète, augmente.



Figure 1.1 - Centrifugeuse de laboratoire



Figure 1.2 – Rotor avec paniers oscillants

Le schéma cinématique représente les différents paramètres du modèle adopté pour l'étude cinématique.

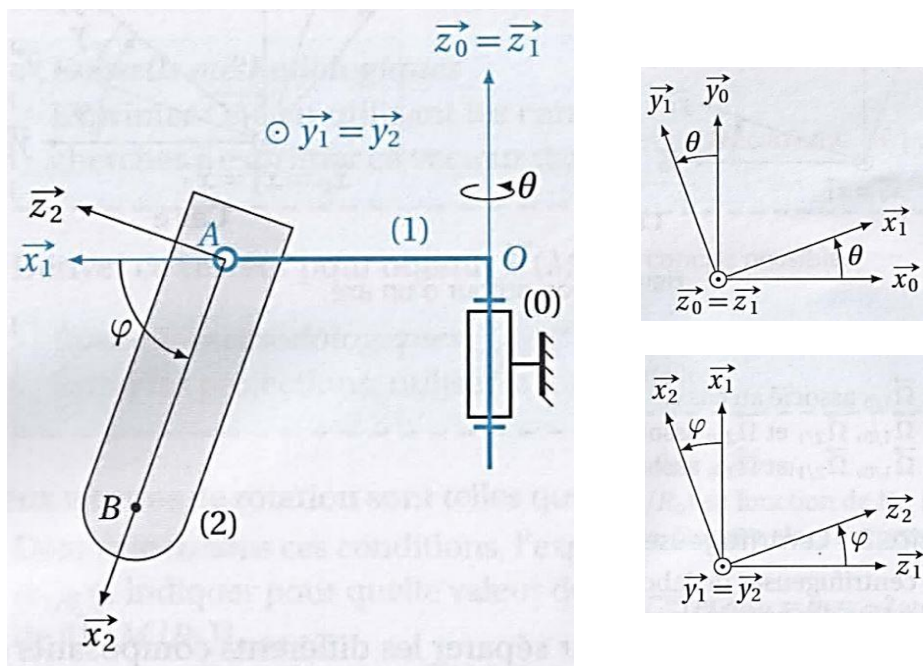


Figure 1.3 - Modèle cinématique et figures planes associées

Le rotor **1** tourne par rapport au carter **0** autour de l'axe (O, \vec{z}_0) avec $\vec{z}_0 = \vec{z}_1$. Le paramètre angulaire est $\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$. Le panier **2** tourne par rapport au rotor **1** autour de l'axe (A, \vec{y}_1) avec $\vec{y}_1 = \vec{y}_2$. Le paramètre angulaire est $\varphi = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$.

On donne les informations suivantes :

Pièces et repères associés	Données géométriques	Paramètres
0 – Carter : $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$	$\overrightarrow{OA} = a \cdot \vec{x}_1 \quad a = 12 \text{ cm}$	$\theta = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$
1 – Rotor : $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$	$\overrightarrow{AB} = b \cdot \vec{x}_2 \quad b = 12 \text{ cm}$	$\varphi = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{z}_1, \vec{z}_2)$
2 – Panier : $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_1, \vec{z}_2)$		

Le constructeur indique une vitesse de rotation du rotor **1** réglable entre 400 tr. min^{-1} et $10\,000 \text{ tr. min}^{-1}$ et une accélération maximale de $26\,000 \cdot g$ avec $g \sim 10 \text{ m. s}^{-2}$.

2. OBJECTIF

On cherche à vérifier une donnée constructeur concernant le nombre de « g » subis par le produit lorsque la centrifugeuse tourne à 850 tr. min^{-1} .

3. QUESTIONS

- 3.1 Tracer le graphe de liaisons de la centrifugeuse.
- 3.2 Ecrire le vecteur position du point B dans le repère R_0 .
- 3.3 Exprimer les vecteurs $\vec{\Omega}(1/0)$ et $\vec{\Omega}(2/1)$.
- 3.4 Exprimer le vecteur vitesse $\vec{V}(B, 2/0)$ par dérivation vectorielle puis en utilisant une composition et un transport.

Les produits les plus denses vont être concentrés au fond de l'éprouvette. L'accélération « utile » est donc celle qui est dans la direction \vec{x}_2 . Il faut donc calculer la composante $a_{\text{utile}} = \vec{a}(B, 2/0) \cdot \vec{x}_2$

Pour cette partie, on considère que la vitesse angulaire de **1/0** est constante : $\dot{\theta} = \text{cte}$. Ce qui entraîne que $\varphi = \text{cte}$.

- 3.5 Exprimer $\vec{a}(B, 2/0)$ à partir de $\vec{V}(B, 2/0)$ puis exprimer a_{utile} .
- 3.6 Exprimer directement $\vec{a}(B, 2/0) \cdot \vec{x}_2$ en remarquant que :

$$\vec{a}(B, 2/0) \cdot \vec{x}_2 = \frac{d}{dt} \vec{V}(B, 2/0) \Big|_{R_0} \cdot \vec{x}_2 = \frac{d}{dt} (\vec{V}(B, 2/0) \cdot \vec{x}_2) - \vec{V}(B, 2/0) \cdot \frac{d}{dt} \vec{x}_2 \Big|_{R_0}$$

Les produits sanguins sont fragiles. Ils ne doivent pas être soumis à des accélérations trop importantes (typiquement $\leq 200 \cdot g$). Le constructeur indique que la vitesse de rotation du rotor doit être de 850 tr. min^{-1} .

La courbe ci-contre donne l'angle d'inclinaison φ du panier en fonction de la vitesse de rotation du rotor.

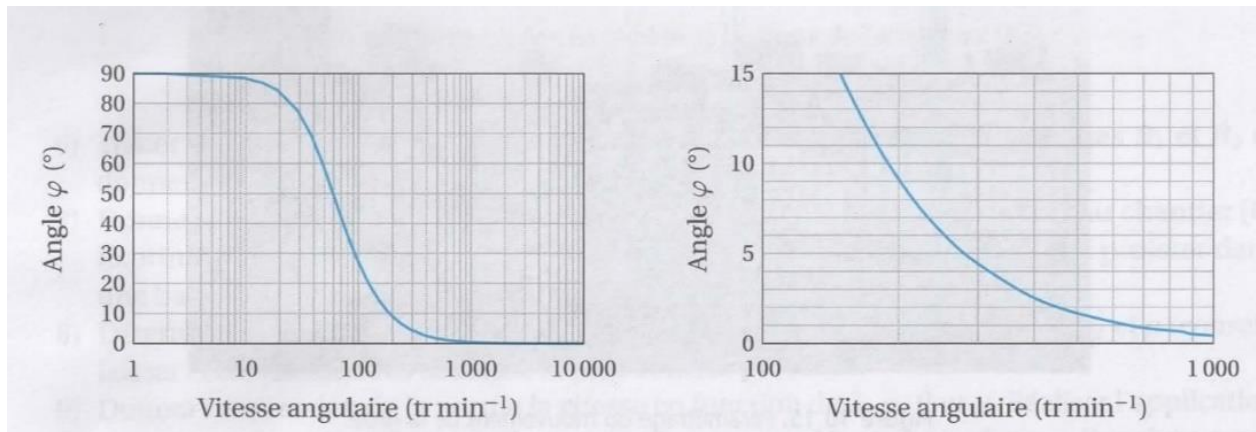


Figure 3.1 - Inclinaison du panier en fonction de la vitesse de rotation du rotor

3.7 Relever l'angle d'inclinaison du panier pour une vitesse de rotation du rotor de $850 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$.

3.8 Calculer $a_{\text{utile}} = \vec{a}(B, 2/0) \cdot \vec{x}_2$. Les produits sanguins sont-ils préservés ?

D'autres produits moins fragiles peuvent subir des accélérations plus importantes.

3.9 Déterminer $a_{\text{utile}} = \vec{a}(B, 2/0) \cdot \vec{x}_2$ lorsque le rotor tourne à $10\,000 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$.

3.10 Le nombre de g indiqué par le constructeur est-il respecté ?