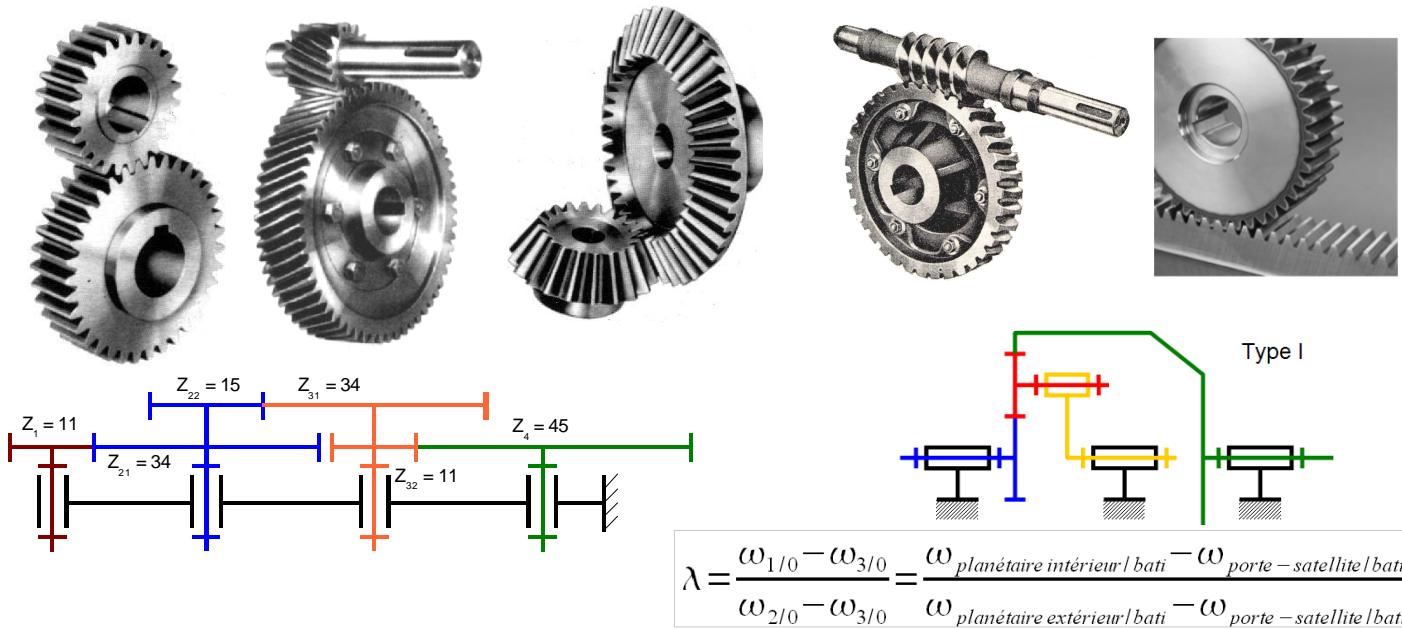


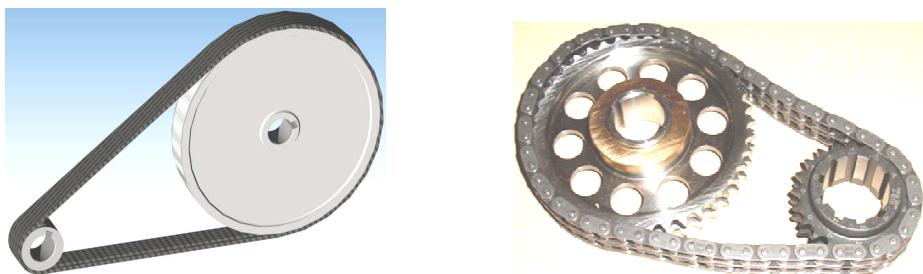
MODÉLISER LA CINÉMATIQUE DES Systèmes de transmission de puissance

(COURS)

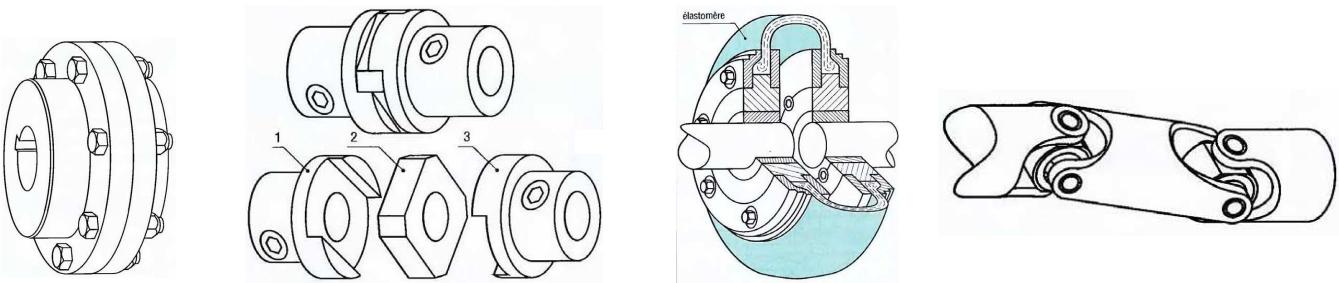
ENGRENAGES



POULIES/COURROIE ET PIGNONS/CHAÎNE



ACCOUPLEMENTS MÉCANIQUES



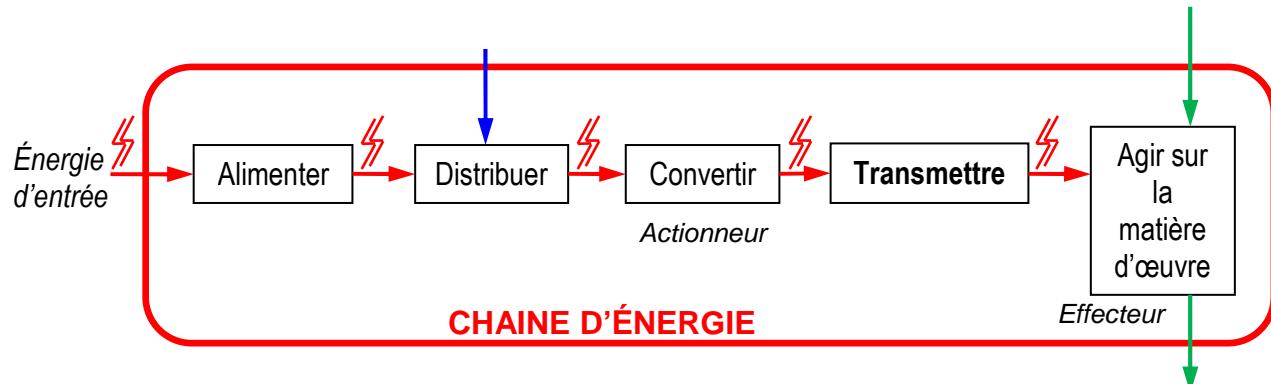
SYSTÈMES DE TRANSMISSION DE PUISSANCE

Table des matières

1	Généralités sur les systèmes de transmission de puissance	1
2	Engrenage : définitions et géométries	3
2.1	Généralités sur les engrenages	3
2.2	Les différents types d'engrenage	5
3	Train simple d'engrenages	7
4	Train épicycloïdal	8
4.1	Introduction sur les trains épicycloïdaux	8
4.2	Raison d'un train épicycloïdal (formule de Willis)	9
4.3	Méthodes pour déterminer la relation entrées-sorties	10
5	Systèmes poulies/courroie et pignons/chaîne	11
6	Systèmes de transformation de mouvement	12
6.1	Bielle-manivelle	12
6.2	Came	12
6.3	Vis-écrou	13
6.4	Pignon-crémaillère	13
6.5	Autres systèmes de transformation de mouvement	13
7	Accouplements (ou joints) mécaniques	14

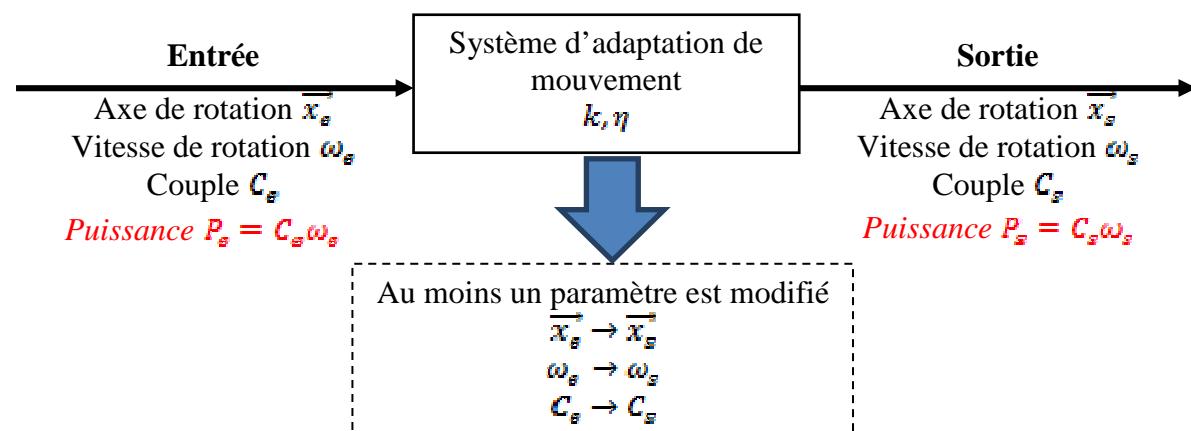
1) GÉNÉRALITÉS SUR LES SYSTÈMES DE TRANSMISSION DE PUISSANCE

Les **systèmes de transmission de puissance mécanique** sont situés, sur la chaîne d'énergie, entre l'actionneur et l'effecteur.



Structure du schéma « chaînes d'énergie »

Sans changer le type d'énergie (mécanique pour la plupart des systèmes étudiés en CPGE), les systèmes de transmission de puissance l'adaptent pour qu'elle soit utilisable par l'effecteur.



$$k = \frac{\omega_s}{\omega_e} = \frac{N_s}{N_e} \quad \omega = \frac{\pi}{30} N$$

$$\begin{aligned} k < 1 &\rightarrow \text{Réducteur} & \omega_s < \omega_e \\ k = 1 &\rightarrow & \omega_s = \omega_e \\ k > 1 &\rightarrow \text{Multiplicateur} & \omega_s > \omega_e \end{aligned}$$

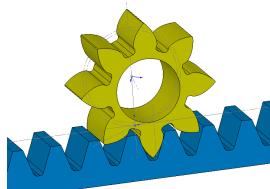
Régime stationnaire

$$\eta = \frac{P_s}{P_e} = \frac{C_s \omega_s}{C_e \omega_e}$$

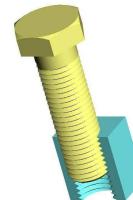
$$\eta = 1 \Leftrightarrow P_s = P_e$$

Les systèmes de transmission de puissance mécanique les plus courants sont :

• **Les transformateurs de mouvement** (transforment la nature du mouvement) :



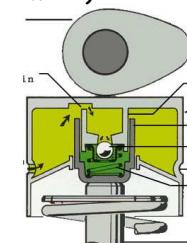
Pignon/crémaillère
(R ↔ T)



Vis/écrou
(R → T)



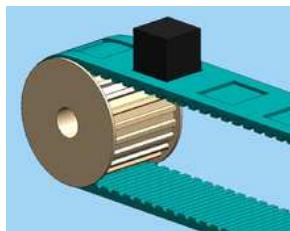
Bielle/manivelle
(R ↔ T_{alternative})



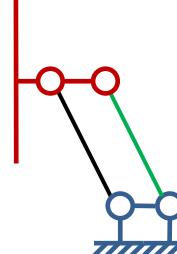
Came/poussoir
(R → T_{alternative})



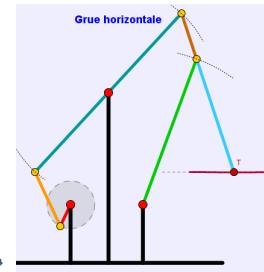
Treuil
(R → T)



lorsque la courroie (ou la chaîne) est la sortie
(R → T)



Systèmes de barres articulées
(mouvements quelconques)



• **Les adaptateurs de mouvement sans transformation** (même nature du mouvement E/S) :

- Engrenage droit (à axes parallèles) : changent l'axe de rotation (mais conservent la direction) et éventuellement le sens, la vitesse de rotation et le couple ;
- Engrenage conique (à axes concourants) : changent l'axe de rotation et éventuellement la vitesse de rotation et le couple ;
- Engrenage gauche (à axes ni parallèles ni concourants) : changent l'axe de rotation et éventuellement la vitesse de rotation et le couple ;
- Poulies/courroie ou pignons/chaînes : changent l'axe de rotation (mais conservent souvent la direction) et éventuellement le sens, la vitesse de rotation et le couple ;



• **Les accouplement (ou joint de transmission), embrayage et frein :**

- Accouplement : permet l'entrainement d'un système par un autre (dont les axes peuvent être non alignés) ;
- Embrayage : accouplement temporaire ;
- Frein : permet de ralentir voir d'arrêter un système (embrayage dont l'un des deux systèmes est le bâti).



• **Les limiteur, régulateur, boîte de vitesse et variateur mécaniques**

Un limiteur délivre une vitesse ou un couple en sortie ne pouvant pas dépasser une valeur max.

Un régulateur délivre une vitesse de sortie constante (même si l'entrée varie).

Une boîte de vitesse permet d'obtenir des rapports de transmissions différents.

Un variateur est une boîte de vitesses continue (variation continue du rapport de transmission).

2) ENGRENAGE : DÉFINITIONS ET GÉOMÉTRIES

2.1) Généralités sur les engrenages

■ Vocabulaire

Définition: Un **engrenage** est l'association de deux roues dentées complémentaires, chacune en liaison (souvent pivot) par rapport à un support que l'on appellera "porte-axes" (souvent le bâti, mais pas toujours).



La plus petite roue dentée se nomme **pignon**.

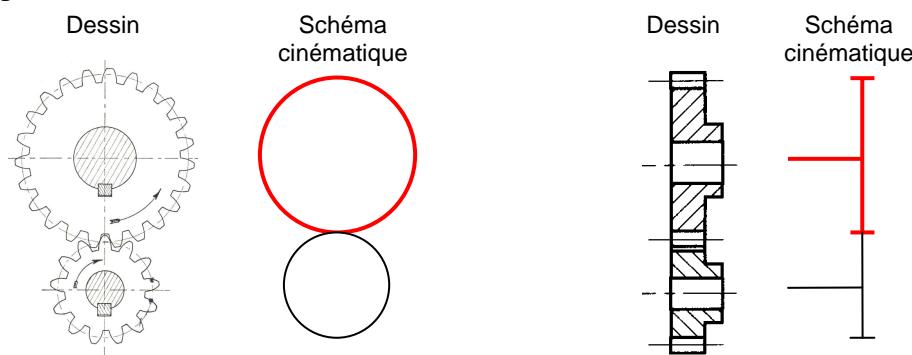
Une roue dentée intérieure se nomme **couronne**.

■ Avantages et inconvénients

Excellent rendement ; encombrement plutôt faible ; peuvent transmettre des actions mécaniques importantes ; bonne durée de vie ; moyennement onéreux en version standard (cher avec des dimensions non standard).

■ Module, épaisseur de dent et diamètre primitif

Au point d'engrenage entre deux roues dentées, on peut dire que les deux roues dentées se comportent comme deux cylindres **roulant sans glisser** l'un sur l'autre. On définit alors le diamètre de chacun des « cylindres » comme étant le **diamètre primitif** de la roue dentée correspondante.

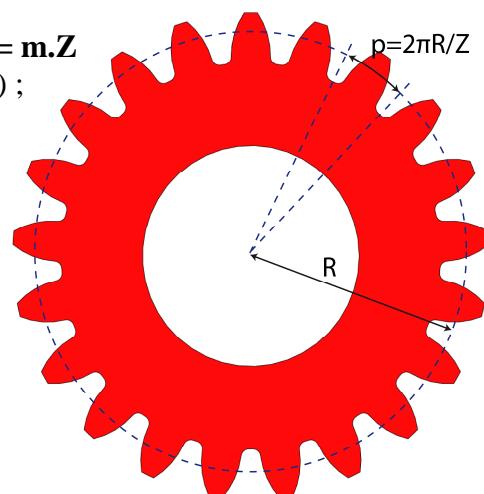


On définit le module d'une dent comme vérifiant la relation : $\mathbf{d} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{Z}$

Avec : d : diamètre primitif de la roue dentée (en mm) ;
 m : module de la roue dentée (en mm) ;
 Z : nombre de dents de la roue dentée.

Le module est donc lié à l'épaisseur d'une dent, car un « pas » primitif vaut : $2\pi \cdot R / Z$ et vaut aussi $2 \cdot s$ (s étant l'épaisseur d'une dent) lorsque la roue engrène sans jeu avec une autre.

Ainsi le module est proportionnel à l'épaisseur d'une dent. C'est-à-dire que plus le module est important, plus les dents sont épaisses et résistantes.



Pour que deux roues dentées puissent engrêner ensemble, il faut donc qu'elles aient le même module.

■ Rapport de transmission

Le rapport de transmission est le rapport entre la **vitesse** de sortie et la vitesse d'entrée (de l'engrenage).

Par intégration temporelle, le rapport de transmission est aussi le rapport entre l'**angle** parcouru par l'arbre de sortie et l'angle parcouru par l'arbre d'entrée.

Comme une **dent** de la roue d'entrée entraîne une dent de la roue de sortie, le rapport de transmission d'un engrenage est aussi le rapport des nombres de dents des deux roues dentées. Ainsi lorsque la grande roue dentée fera un tour, le pignon (petite roue) fera plus d'un tour : le pignon tourne donc plus vite que la grande roue. Le rapport des vitesses est donc l'inverse des rapports des nombres de dents.

$$\text{Rapport de transmission : } k = \frac{\omega_2/\text{porte-axes}}{\omega_1/\text{porte-axes}} = \frac{\theta_2/\text{porte-axes}}{\theta_1/\text{porte-axes}} = \pm \frac{Z_1}{Z_2}$$

Comme $d_i = m \cdot Z_i$ et que le module est commun aux deux roues engrenant ensemble, on a aussi :

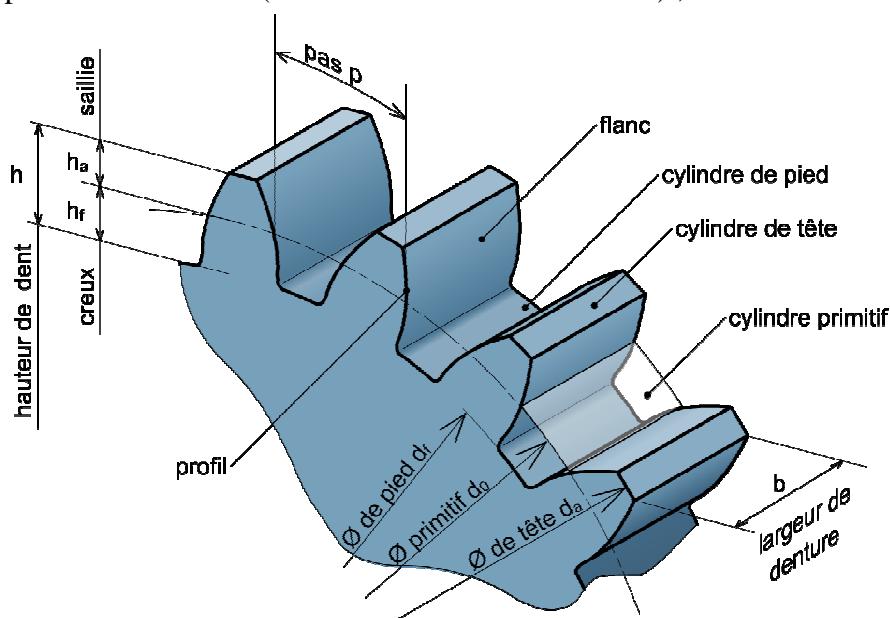
$$k = \frac{\omega_2/\text{porte-axes}}{\omega_1/\text{porte-axes}} = \pm \frac{Z_1}{Z_2} = \pm \frac{d_1}{d_2}$$

Attention toutefois au signe du rapport de transmission : négatif pour un engrenage extérieur et positif pour un engrenage intérieur.

■ Géométrie des dentures

Une dent a généralement un profil en **développante de cercle**, ce qui lui donne les avantages suivants :

- ^ transmission homocinétique, c'est-à-dire que si la vitesse angulaire d'entrée est constante, la vitesse angulaire instantanée de sortie sera constante aussi (donc pas de vibrations) ;
- ^ angle de pression α constant (direction de la force transmise) ;



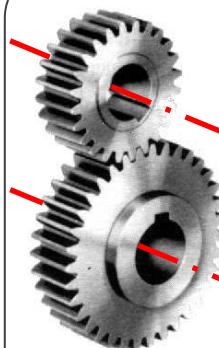
■ Actions mécaniques transmissibles dans les engrenages

Cette partie sera traitée lors du cours sur la modélisation des actions mécaniques.

2.2) Les différents types d'engrenage

Engrenage droit (ou parallèle, ou cylindrique) (dont les axes de rotation sont parallèles)

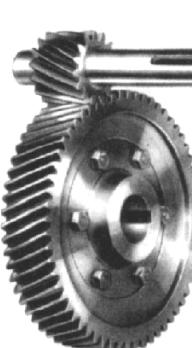
à denture droite



Dessin normalisé

Schéma cinématique

à denture hélicoïdale



Dessin normalisé

Schéma cinématique

à chevrons

(= 2 x dentures hélicoïdales)



+ : Peu couteux ;
Très bon rendement ($\approx 98\%$).

- : Engendrent bruit et vibrations.

+ : Peu de bruit et de vibrations ;
Transmettent de grandes puissances.
puissances.
Rendement $\approx 95\%$.

- : Engendrent un effort axial.

+ : Pas d'effort axial ;
Puissances très
grandes.
- : Mise en œuvre.

Entraxe : distance entre les axes de rotation des deux roues : $a = (d_1 + d_2)/2$ pour un contact extérieur

Diamètre d'une roue : $d = m \cdot Z$

d : diamètre primitif de la roue dentée, en mm
m : module de la roue dentée, en mm

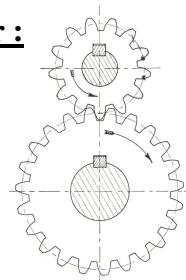
Z : nombre de dents de la roue dentée

Ainsi, le rapport de transmission est aussi le rapport inverse

des diamètres : $k = \frac{\omega_{\text{sortie}}}{\omega_{\text{entrée}}} = \pm \frac{Z_{\text{entrée}}}{Z_{\text{sortie}}} = \pm \frac{d_{\text{entrée}}}{d_{\text{sortie}}}$

Engrenage extérieur :

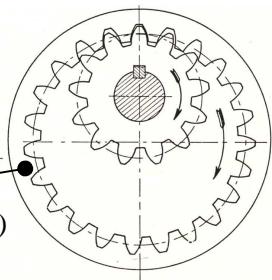
(Sens de rotation inversé)



Engrenage intérieur :

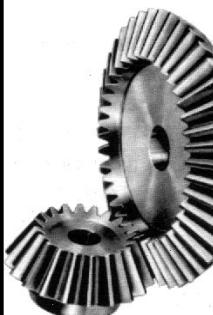
(Même sens de rotation)

Couronne
(Roue à denture intérieure)



Engrenage conique

(à axes concourants)



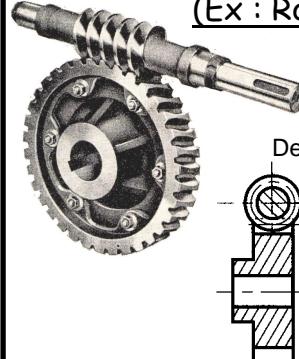
Dessin normalisé

Schéma cinématique

+ : Renvoi d'angle de la transmission.
- : Nécessitent un réglage précis.

Engrenage gauche (autres cas)

(Ex : Roue et vis sans fin)



Dessin normalisé

Schéma cinématique

Le nombre de *dents* de la vis est son nombre de **filets**

+ : Très grand rapport de réduction ; Peut être **irréversible**.
- : Mauvais rendement ($\approx 60\%$) ;
Engendre un effort axial important.

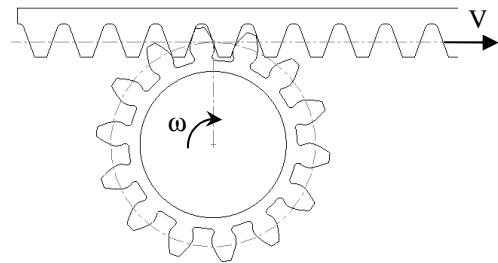
Le système **pignon/crémaillère** peut aussi être considéré comme un engrenage, en considérant que la crémaillère est une roue dont le diamètre est infini.

La crémaillère devra être en liaison glissière avec son « porte-axe », le profil de ses dents n'est pas en développante de cercle, mais rectiligne.

On a la relation des vitesses suivante : $V_{cremaillère/bati} = R_{pignon} \cdot \omega_{pignon/bati}$

avec R_{pignon} : rayon primitif du pignon : $R_{pignon} = \frac{d_{pignon}}{2} = \frac{m \cdot Z_{pignon}}{2}$

Le rendement d'un tel système est de l'ordre de 98%



3) TRAIN SIMPLE D'ENGRENAGES

■ Définition

On appelle train d'engrenages simple (ou ordinaire), un train pour lequel toutes les roues dentées tournent autour d'un axe fixe par rapport au carter (bâti). Ces trains sont à un degré de liberté (une entrée, une sortie dépendant de l'entrée), et les engrenages peuvent être cylindriques, coniques ou gauches.

■ Rendement

Le rendement global d'un train d'engrenages simple est la multiplication des rendements de chaque engrenage.

$$\eta = \prod_{i=1}^n \eta_i \quad n \text{ étant le nombre d'engrenages (nombre de contacts)}$$

Démonstration et application sur l'exemple :

$$\eta_{global} = \eta_{1-4} = \frac{P_4}{P_1} = \frac{P_4}{P_3} \cdot \frac{P_2}{P_1} = \eta_{3-4} \cdot \eta_{1-2} \quad \text{car } P_2 = P_3 : 2 \text{ et } 3 \text{ sont la même classe cinématique.}$$

■ Rapport de transmission

Le rapport de transmission global d'un train d'engrenages simple est la multiplication des rapports de transmission de chaque engrenage.

$$k = \prod_{i=1}^n k_i \quad n \text{ étant le nombre d'engrenages (nombre de contacts)}$$

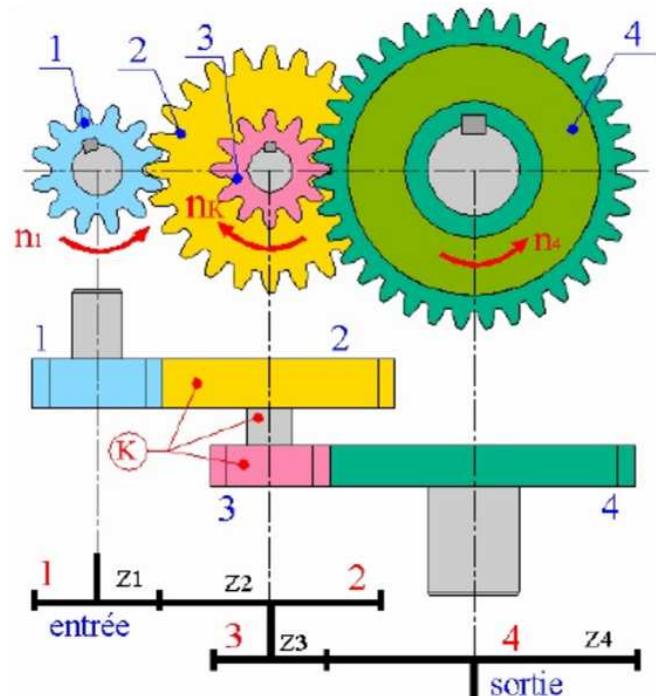
Démonstration et application sur l'exemple :

$$k_{global} = k_{1-4} = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{\omega_{4/0}}{\omega_{3/0}} \cdot \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} = k_{3-4} \cdot k_{1-2} \quad \text{car } \omega_{2/0} = \omega_{3/0} : 2 \text{ et } 3 \text{ sont la même CEC.}$$

Écrit avec le rapport des nombres de dents, cela donne :

$$k = \frac{\omega_s}{\omega_E} = (-1)^j \cdot \prod_{i=1}^n \frac{Z_{menant(entrée)}}{Z_{mené(sortie)}} \quad \begin{aligned} \text{avec } j &: \text{nombre de contacts extérieurs (dans le cas} \\ &\text{d'engrenages cylindriques uniquement)} \end{aligned}$$

Dans l'exemple ci-dessus, cela donne : $\frac{\omega_{4/0}}{\omega_{1/0}} = (-1)^2 \cdot \frac{Z_1}{Z_2} \cdot \frac{Z_3}{Z_4} = \frac{Z_1}{Z_2} \cdot \frac{Z_3}{Z_4}$



4) TRAIN ÉPICYCLOÏDAL

4.1) Introduction sur les trains épicycloïdaux

■ Définition

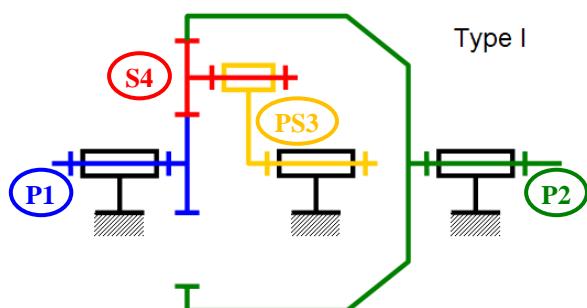
Un train d'engrenages est qualifié d'épicycloïdal quand, pendant le fonctionnement, une ou plusieurs roues dentées tournent autour d'un axe géométrique mobile par rapport au carter principal (bâti).

■ Propriétés et utilisation

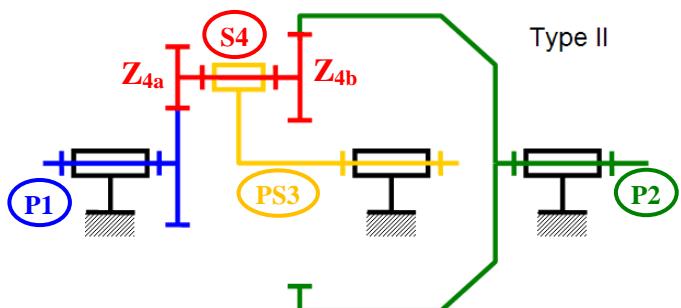
Un train épicycloïdal élémentaire possède deux mobilités, et donc 3 « entrées-sorties » (deux entrées et une sortie, ou une entrée et deux sorties). Ils peuvent être utilisés comme différentiel (une entrée et deux sorties – cf. page suivante), comme boîte de transmission à plusieurs rapports réglables (boîtes de vitesse automatique...) ou comme simples réducteurs, ce qui permet d'obtenir des rapports de transmission très faibles ou très grands par rapport à l'encombrement (une entrée et une sortie, en fixant la 2^e mobilité, souvent liée au bâti).

■ Différents types de trains plans élémentaires

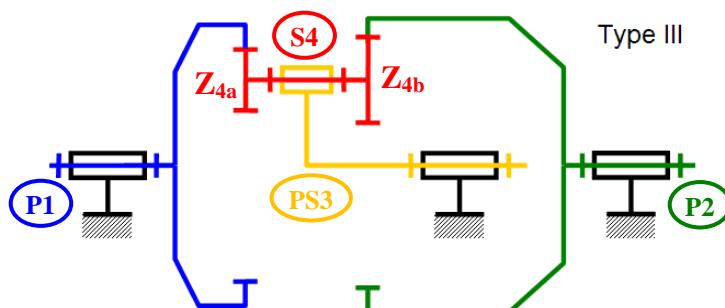
Il existe plusieurs types de trains épicycloïdaux, les plus courants étant les trains plans (c'est-à-dire que tous les axes de rotation sont parallèles), parmi lesquels on peut distinguer quatre variantes élémentaires :



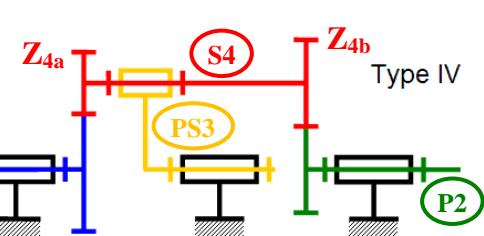
Satellite à simple denture. Un planétaire à denture intérieure et un extérieure.



Satellite à double denture. Un planétaire à denture intérieure et un extérieure.



Satellite à double denture. Deux planétaires à denture intérieure.



Satellite à double denture. Deux planétaires à denture extérieure.

Ces différents types de trains épicycloïdaux plans élémentaires peuvent être disposés **en série**, ou **imbriqués** les uns dans les autres pour créer des trains épicycloïdaux plus complexes.

■ Composants

La roue 4 est celle qui tourne autour d'un axe non fixe par rapport au *bâti*. Elle est appelée **satellite** et est en liaison pivot avec le **porte-satellite(s)** 3.

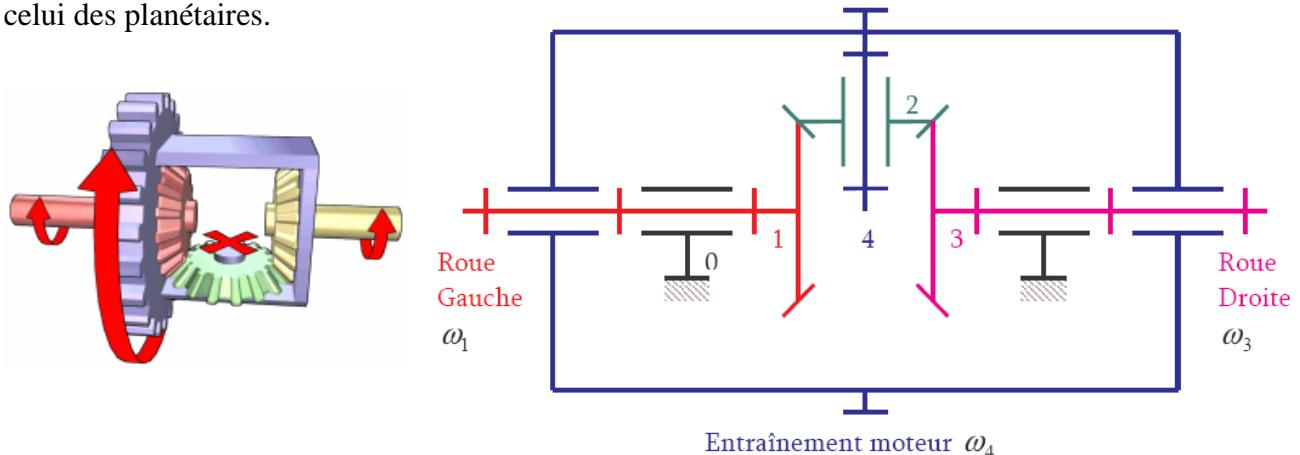
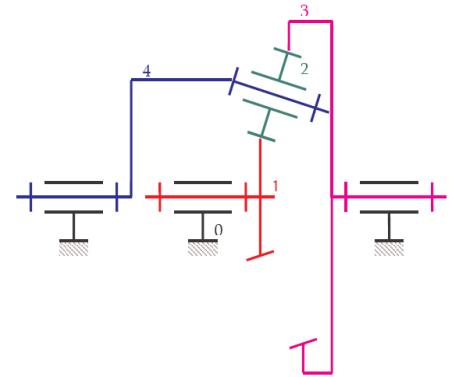
Les roues 1 et 2 sont appelées **planétaires**, qualifiés d'intérieur ou extérieur selon leur denture.

■ Train épicycloïdal sphérique

Il existe des trains épicycloïdaux non plans, dont le train épicycloïdal sphérique, c'est-à-dire composé d'engrenages coniques (cf. ci-contre).

Un exemple est le différentiel automobile (représenté ci-dessous), qui permet la transmission de la puissance aux deux roues arrières, qui peuvent tourner à des vitesses différentes (en virage) ou non (en ligne droite).

Dans ce cas, l'axe de rotation du satellite est perpendiculaire à celui des planétaires.



La résolution cinématique des trains épicycloïdaux sphériques se fait de la même façon que les trains épicycloïdaux plans élémentaires (étudiés dans la partie suivante) : il convient d'identifier le porte-satellite (repère 4 sur le schéma cinématique du différentiel ci-dessus).

4.2) Raison d'un train épicycloïdal (formule de Willis)

La raison d'un train épicycloïdal est ce qui remplace le rapport de transmission dans un train d'engrenages simple. C'est la formule reliant les trois « entrées-sorties » du système.

Pour la déterminer, l'astuce est de considérer les mouvements non pas par rapport au bâti, mais par rapport au porte-satellite (seule pièce par rapport à laquelle tous les axes de rotation sont fixes).

On obtient alors la raison λ : $\lambda = \frac{\omega_{P2/PS3}}{\omega_{P1/PS3}} = (-1)^n \cdot \prod \frac{Z_{menantes}}{Z_{menées}} = (-1)^n \cdot \frac{Z_1}{Z_{4a}} \cdot \frac{Z_{4b}}{Z_2}$

n : nombre de contacts extérieurs

type I & II : n = 1 ;

type III : n = 0 ;

type IV : n = 2.

Afin de faire apparaître les vitesses de rotation absolues (par rapport au bâti), on décompose :

$$\omega_{P2/PS3} = \omega_{P2/0} + \omega_{0/PS3} = \omega_{P2/0} - \omega_{PS3/0} \quad \text{et} \quad \omega_{P1/PS3} = \omega_{P1/0} + \omega_{0/PS3} = \omega_{P1/0} - \omega_{PS3/0}$$

Et ainsi on obtient la formule de Willis :

$$\lambda = \frac{\omega_{P2/0} - \omega_{PS3/0}}{\omega_{P1/0} - \omega_{PS3/0}} = (-1)^n \cdot \frac{Z_1}{Z_{4a}} \cdot \frac{Z_{4b}}{Z_2} \quad \text{avec n : nombre de contacts extérieurs}$$

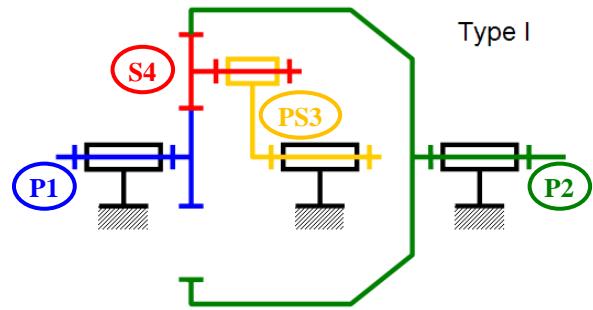
Que l'on trouve parfois écrite : $\lambda \cdot \omega_{P1/0} + (1 - \lambda) \cdot \omega_{PS3/0} - \omega_{P2/0} = 0$

Il est important de connaître la méthode pour obtenir la formule de Willis (la raison du train), et il est quasi-inutile de connaître la formule par cœur (elle est facile à retrouver).

4.3) Méthodes pour déterminer la relation entrées-sorties

Il existe plusieurs façons différentes pour déterminer la relation entrées-sorties dans un train épicycloïdal (qu'il soit plan ou non, élémentaire ou non).

Nous allons voir deux méthodes appliquées au train (plan élémentaire) de type I.



■ Par la formule de Willis (c'est le plus simple – à utiliser de préférence)

$$\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}} = \frac{\omega_{2/0} - \omega_{3/0}}{\omega_{1/0} - \omega_{3/0}} = -\frac{Z_1}{Z_4} \cdot \frac{Z_4}{Z_2} = -\frac{Z_1}{Z_2}$$

Et ainsi : $-\omega_{2/0} - \frac{Z_1}{Z_2} \cdot \omega_{1/0} + \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} \cdot \omega_{3/0} = 0$

Que l'on réécrire (car les modules sont tous identiques, 1 engrenant avec 4 qui lui-même engrène avec 2) : $-\omega_{2/0} - \frac{d_1}{d_2} \cdot \omega_{1/0} + \frac{d_1 + d_2}{d_2} \cdot \omega_{3/0} = 0$

■ Par le roulement sans glissement

RSG en I entre 1 & 4 et J entre 4 & 2

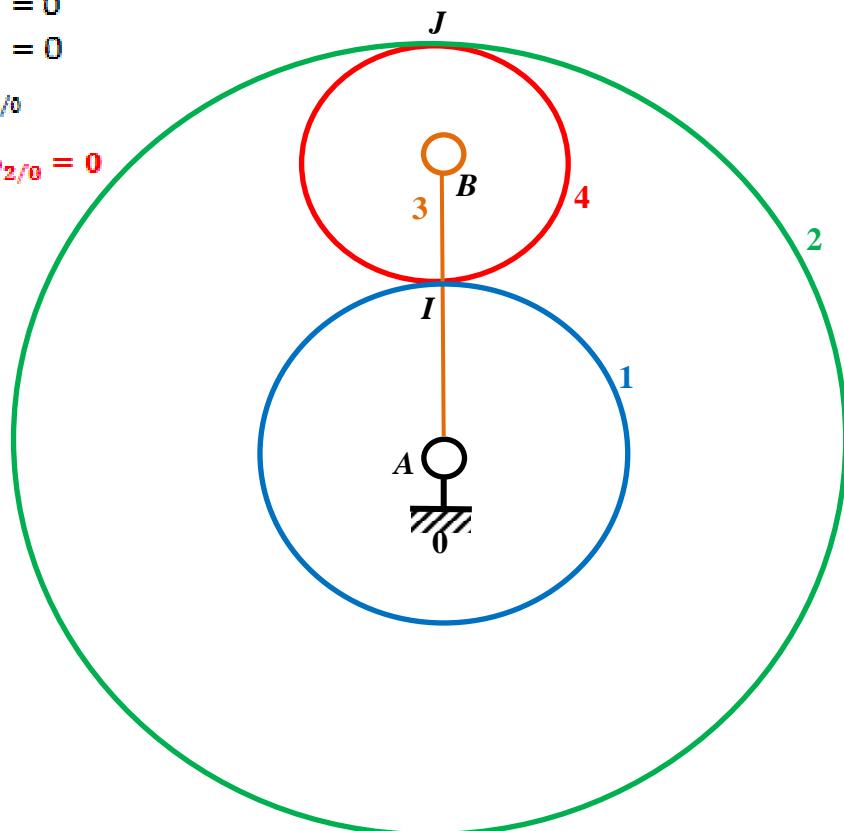
$$\vec{V}(I, 1/4) = \vec{0} \text{ & } \vec{V}(J, 4/2) = \vec{0}$$

$$\begin{cases} \vec{V}(I, 1/0) - \vec{V}(I, 4/0) = \vec{0} \\ \vec{V}(J, 4/0) - \vec{V}(J, 2/0) = \vec{0} \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-R_1 \omega_{1/0}) - (R_4 \omega_{4/3} - R_1 \omega_{3/0}) = 0 \\ (-R_4 \omega_{4/3} - R_2 \omega_{3/0}) - (-R_2 \omega_{2/0}) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -R_1 \omega_{1/0} - R_4 \omega_{4/3} + R_1 \omega_{3/0} = 0 \\ -R_4 \omega_{4/3} - R_2 \omega_{3/0} + R_2 \omega_{2/0} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_4 \omega_{4/3} = R_1 \omega_{3/0} - R_1 \omega_{1/0} \\ -\frac{R_1}{R_2} \omega_{1/0} + \frac{R_1 + R_2}{R_2} \omega_{3/0} - \omega_{2/0} = 0 \end{cases}$$



On peut aussi utiliser des méthodes de **résolution graphique**, ou encore **analytique** par fermeture cinématique...

5) POULIES/COURROIE ET PIGNONS/CHAINES

Avantages : Les arbres de transmission peuvent être très éloignés les uns des autres.

Il peut y avoir plusieurs arbres récepteurs. Leur coût est faible. Leurs rendements sont souvent bons.

Inconvénients : Puissances transmissibles faibles. Rapport de transmission assez faible.

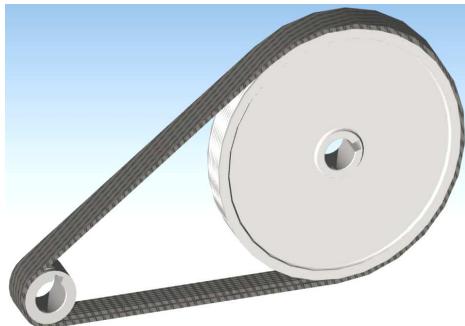
Poulies-Courroie

Avantages : Silencieux. Amortissent les chocs et les vibrations.

Inconvénients : Nécessitent une tension de la courroie, qui génère des efforts. Rendement moyen ($\approx 93\%$).

Durée de vie faible (nécessitent une maintenance préventive).

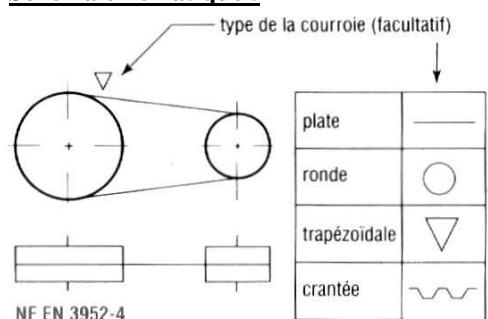
Glissement : Le rapport de transmission n'est pas exact, car la courroie « glisse » légèrement sur les poulies (sauf pour la courroie crantée). L'entrainement s'effectue par adhérence (sauf pour la courroie crantée, par obstacle).



Différents types de courroie :

Section plate (lisse)	Section ronde	Section trapézoïdale	Courroie crantée
Pas chères Le glissement peut être important Puissance transmissible faible		Augmente la puissance transmissible	Le glissement n'est pas possible.

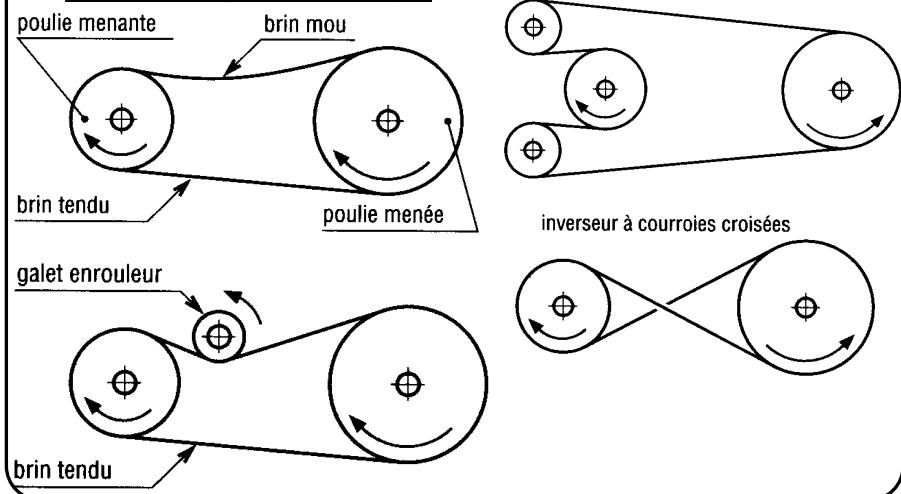
Schéma cinématique :



Rapport de transmission :

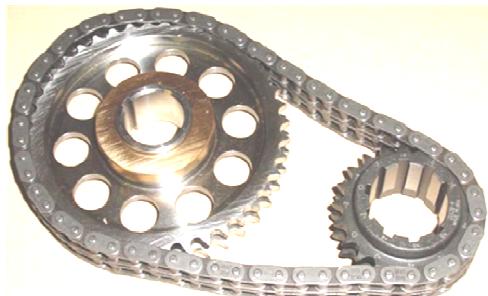
$$r = \frac{\omega_{\text{sortie}}}{\omega_{\text{entrée}}} = \frac{d_{\text{entrée}}}{d_{\text{sortie}}}$$

Différents types de montage :



Vitesse linéaire de la courroie (identique en tout point) : $V = R \cdot \omega$

Pignons-Chaîne



Avantages : Pas de glissement possible (entrainement par obstacle). Pas de tension initiale obligatoire, donc d'effort supplémentaire. Bon rendement ($\approx 97\%$). Bonne durée de vie.

Inconvénients : Bruyant. Nécessitent une lubrification.

Vitesses admissibles faibles ($< 20\text{m/s}$).

Rapport de transmission :

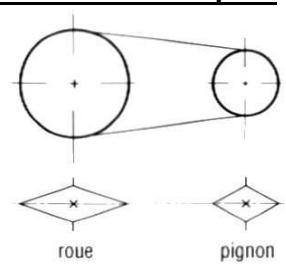
$$r = \frac{\omega_{\text{sortie}}}{\omega_{\text{entrée}}} = \frac{Z_{\text{entrée}}}{Z_{\text{sortie}}}$$

Vitesse linéaire de la chaîne :

(Identique en tout point)

$$V = R \cdot \omega$$

Schéma cinématique :

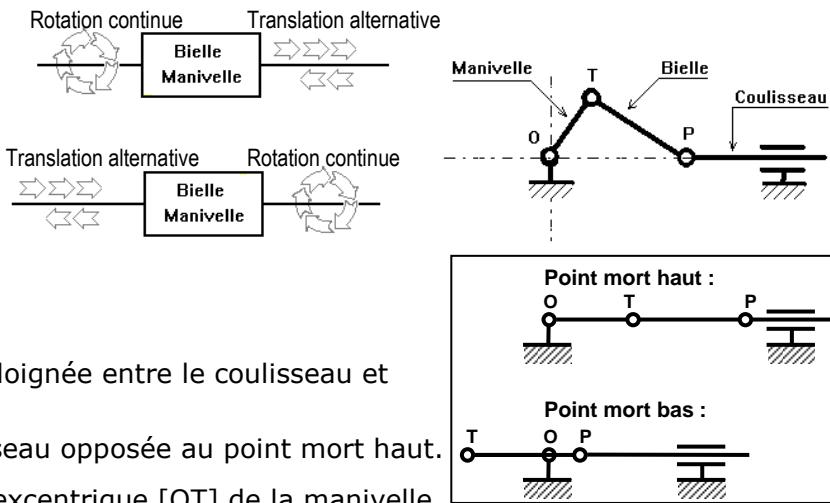


6) SYSTÈMES DE TRANSFORMATION DE MOUVEMENT

Ce sont des systèmes qui transforment la nature du mouvement. Nous n'étudierons que les mouvements de rotation ou de translation rectiligne. Les systèmes étudiés ici sont les plus courants, mais la liste est loin d'être exhaustive.

6.1) Bielle-manivelle

♦ **Fonctionnement :** La manivelle (ou vilebrequin, ou arbre à excentrique) est en liaison pivot avec le bâti, la bielle transmet le mouvement (mouvement plan), et le coulisseau, en liaison glissière ou pivot glissant avec le bâti, se translate de façon alternative.



Deux points morts existent :

- Point mort haut : position la plus éloignée entre le coulisseau et l'axe de rotation de la manivelle ;
- Point mort bas : position du coulisseau opposée au point mort haut.

La course du coulisseau vaut 2 fois l'excentrique [OT] de la manivelle.

♦ **Relation des vitesses :** Si la vitesse de rotation de la manivelle est constante (uniforme), alors la vitesse du coulisseau varie de façon sinusoïdale, avec 2 instants de vitesse nulle et de changement de sens (les deux points morts).

♦ **Rendement :** $\approx 40\%$ sans roulements (varie beaucoup moins selon les matériaux employés).

♦ **Réversibilité :** Réversible sous conditions.

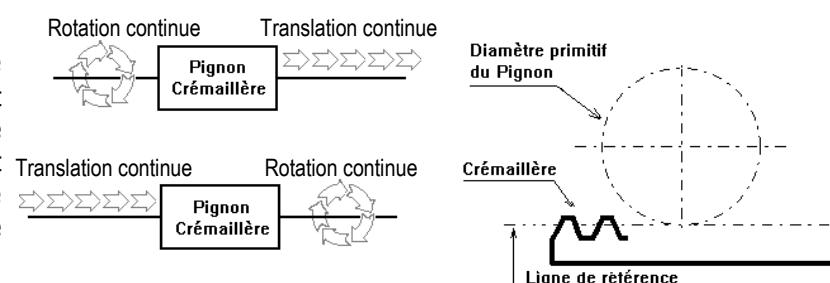
La manivelle en entrée fonctionne toujours.

Le coulisseau en entrée ne fonctionne que si l'on parvient à franchir les points morts (d'où l'utilisation d'un démarreur pour les moteurs thermiques, et de masses d'équilibrage qui facilitent le franchissement des points morts une fois le système lancé, grâce à l'inertie en rotation de la manivelle).

♦ **Exemples d'utilisations industrielles :** Les moteurs thermiques utilisent ce système avec le coulisseau (piston) en entrée. Certaines pompes utilisent ce système avec la manivelle en entrée (le piston sert alors à comprimer l'air dans la chambre du cylindre).

6.2) Pignon-crémaillère

♦ **Fonctionnement :** La crémaillère est en liaison glissière avec le bâti et le pignon est en liaison pivot avec le bâti. Pignon et crémaillère engrènent au point d'intersection du diamètre primitif du pignon et de la ligne de référence de la crémaillère.



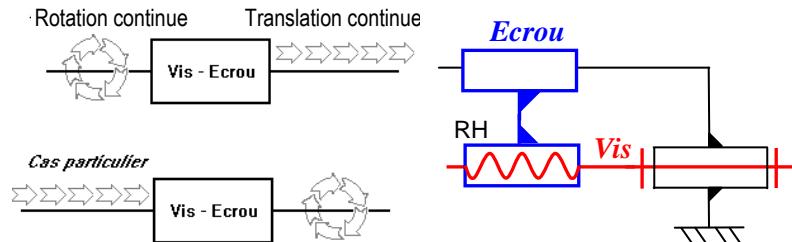
♦ **Relation des vitesses :** $V_{CREMAILLERE} = R_p \cdot \omega_{PIGNON}$ avec $R_p = d_p/2$ et $d_p = m \cdot Z$ (d_p : diamètre primitif du pignon ; m : module du pignon ; Z : nombre de dents du pignon)

♦ **Rendement :** $\approx 98\%$.

♦ **Réversibilité :** Toujours réversible.

6.3) Vis-écrou

♦ **Fonctionnement :** La vis et l'écrou sont en liaison hélicoïdale. L'une des deux pièces est en liaison pivot avec le bâti (rotation), l'autre en liaison glissière (translation rectiligne).



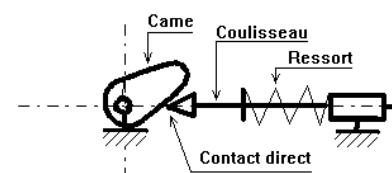
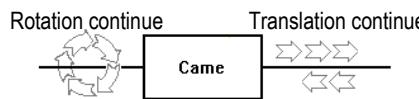
♦ **Relation des vitesses :** Le pas de vis p_V (en mm) signifie que lorsque la vis tourne d'un tour, l'écrou se translate de p_V mm.

On a donc la relation : $V_{i/j} = \pm \omega_{i/j} \cdot \frac{p_V}{2\pi}$ (V en m/s ; ω en rad/s ; p_V en m) le signe est « + » pour un pas de vis à droite

♦ **Rendement :** ≈ 50% pour les contacts directs ; mais jusqu'à 97% pour les vis à billes.

♦ **Réversibilité :** Réversible sous conditions. La vis en entrée fonctionne toujours. L'écrou en entrée fonctionne uniquement si l'angle d'hélice de la vis β est supérieur au demi-angle au sommet du cône de frottement ϕ ($f = \tan(\phi)$).

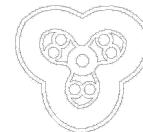
6.4) Came



♦ **Fonctionnement :** La came est en liaison pivot avec le bâti et le coulisseau est en liaison glissière ou pivot glissant avec le bâti. Le contact entre la came et le coulisseau peut être un point ou une ligne courte. Afin de réduire beaucoup les frottements entre la came et le coulisseau, on peut utiliser un galet au bout du coulisseau.

Le profil de came est la courbe le long de laquelle le coulisseau appuie. C'est elle qui définit le déplacement du coulisseau selon la position angulaire de la came.

Un profil de came peut aussi être intérieur (sillon creusé dans une pièce motrice – cf. schéma ci-contre).



♦ **Relation des vitesses :** La relation des vitesses dépend du profil de came. Une partie du mouvement de la came peut ne pas entraîner de mouvement du coulisseau.

♦ **Rendement :** ≈ 35% sans galets (varie beaucoup selon les matériaux employés).

♦ **Réversibilité :** Irréversible pour un profil extérieur. Peut être en partie réversible, sous conditions, pour un profil intérieur.

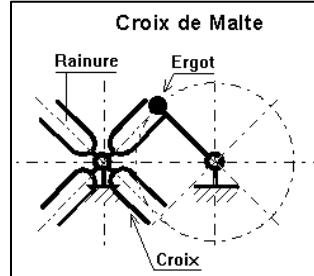
6.5) Autres systèmes de transformation de mouvement

♦ **Treuil :** Système transformant le mouvement de rotation du tambour en mouvement de translation rectiligne d'un câble (cf. TD sur le treuil).

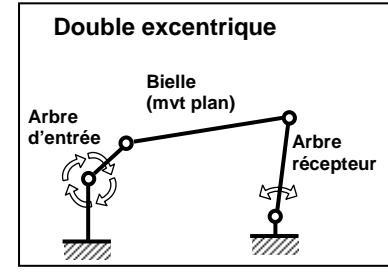
♦ Les systèmes de **Poulies/Courroie** et de **pignons/chaîne** permettent aussi de transformer un mouvement de rotation (de la poulie ou du pignon) en mouvement de translation rectiligne (de la courroie ou de la chaîne).

Exemples : Tapis roulant, chenilles d'engins de chantier...

♦ **Croix de Malte** : A chaque tour de l'arbre d'entrée (avec ergot) la croix de malte tourne d'un quart de tour. Pendant les 3/4 du mouvement d'entrée, la croix ne bouge pas.



♦ **Double excentrique** : L'arbre d'entrée tourne en continu tandis que l'arbre récepteur tourne en alternant de sens.



♦ **Barres articulées** (parallélogramme déformable ou autre...)

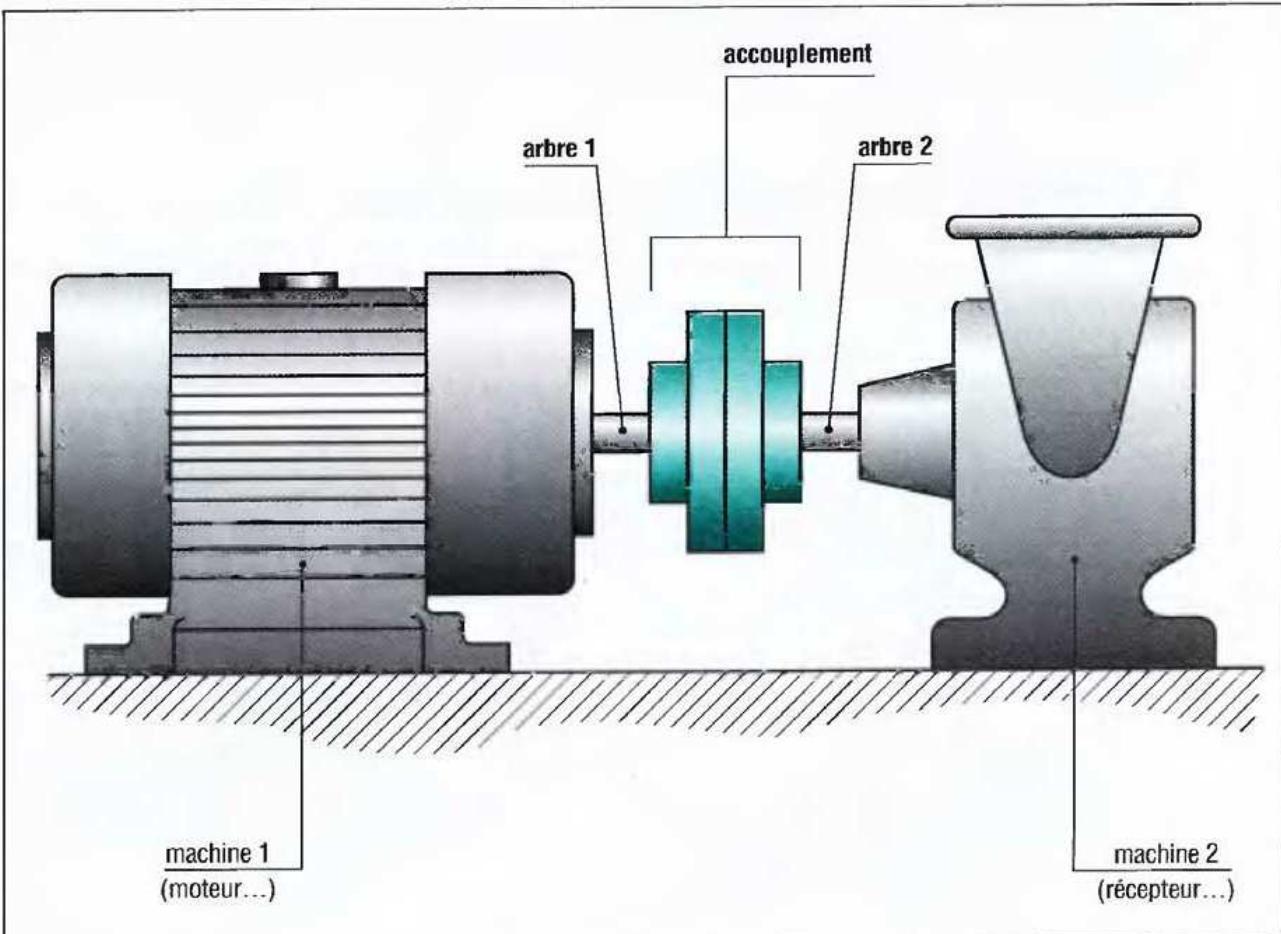
...

7) ACCOUPLEMENTS (OU JOINTS) MÉCANIQUES

Les accouplements sont utilisés pour transmettre la vitesse et le couple, ou la puissance, entre deux arbres de transmission en prolongement l'un de l'autre comportant éventuellement des défauts d'alignement.

Il existe une étonnante diversité de solutions aux possibilités complémentaires pouvant répondre à une multitude de cas posés. À eux seuls ils occupent toute une industrie.

La plupart des accouplements décrits dans ce chapitre sont disponibles commercialement.



1. Principe d'accouplement des arbres de transmission.

7.1) Définitions

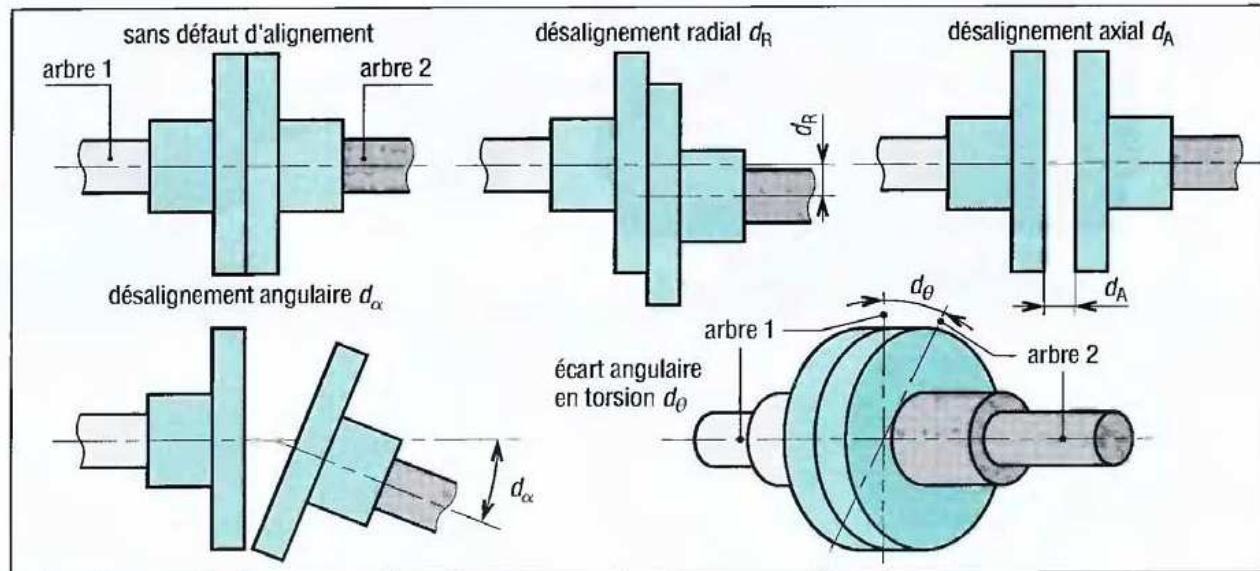
Accouplement permanent : il est dit permanent lorsque l'accouplement des deux arbres est permanent dans le temps. Le désaccouplement n'est possible que par démontage du dispositif.

Accouplement temporaire : il est dit temporaire lorsque l'accouplement ou le désaccouplement peuvent être obtenus à n'importe quel moment, sans démontage du dispositif, suite à une commande extérieure (intervention humaine ou commande automatisée).

Accouplement ou joint homocinétique : un accouplement est dit homocinétique lorsque la vitesse de rotation de l'arbre d'entrée (N_1) est rigoureusement identique à celle de l'arbre de sortie (N_2). $N_2 = N_1$ à tout instant.

7.2) Défauts d'alignement au niveau de l'accouplement

Le choix d'un type d'accouplement dépend d'abord des défauts d'alignement pouvant exister entre les deux arbres : désalignements radial, axial, angulaire et écart en torsion.



2. Principaux défauts d'alignements.

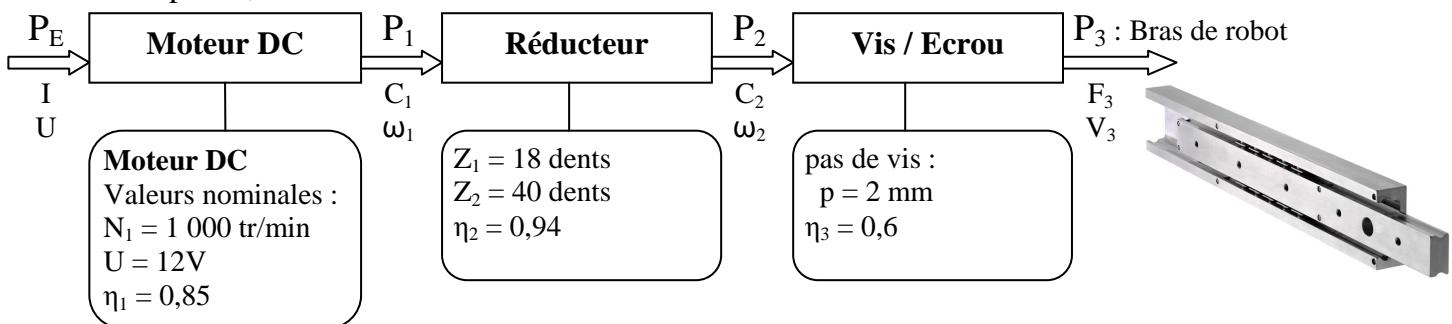
7.3) Principaux types d'accouplements

Principaux types d'accouplements						
accouplements permanents				accouplements temporaires		
accouplements rigides	accouplements élastiques ou flexibles		cardans et assimilés	pas de désalignement		
aucun désalignement possible	non flexible en torsion	flexible en torsion	désalignement angulaire	embrayages	freins	divers
				– joint d'Oldham – à denture bombée – à soufflet	– à disques – coniques – centrifuges	– à tambour – à disque – à bande
– à plateaux – à manchon goupillé – à douille biconique	– à ressort – à membrane souple – à blocs élastiques	– joint de cardan – joint tripode – joint à 4 billes	– limiteurs de couple – roues libres – coupleurs – convertisseurs			

8) EXERCICES D'APPLICATION DE COURS

■ BRAS DE ROBOT (Puissance, rapport de transmission, rendement et couple)

Soit la chaîne d'action suivante. Le bras de robot doit exercer une force $F_3 = 50 \text{ N}$ sur l'objet à déplacer, en fonctionnement nominal.



- 1) Déterminer à quelle vitesse se déplace le bras de robot.
- 2) Déterminer la puissance et le couple nominale du moteur nécessaire.
- 3) Déterminer la consommation électrique annuelle (énergie électrique consommée) de ce robot fonctionnant en régime nominal 8h par jour, 250 jours par an (en u_{SI} et en kW.h)

■ MOTOREDUCTEUR (Puissance, rapport de transmission, rendement et couple)

Un assemblier robotisé est actionné par un motoréducteur dont on va choisir les caractéristiques. L'assemblier robotisé nécessite un couple C_R d'environ $400 \text{ N}\cdot\text{m}$ et une vitesse angulaire d'environ 20 tr/min ($+/ - 10\%$) pour fonctionner.

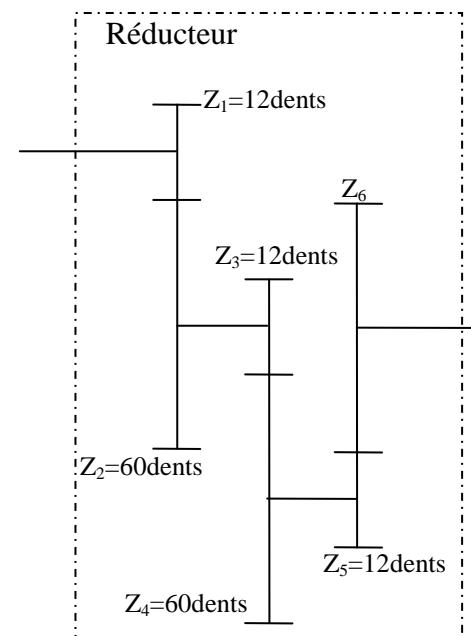
Nous choisirons un moteur parmi les cinq ci-dessous (asynchrones triphasés, série LSMV), et nous lui adjoindrons un réducteur dont le schéma cinématique est représenté juste en dessous.



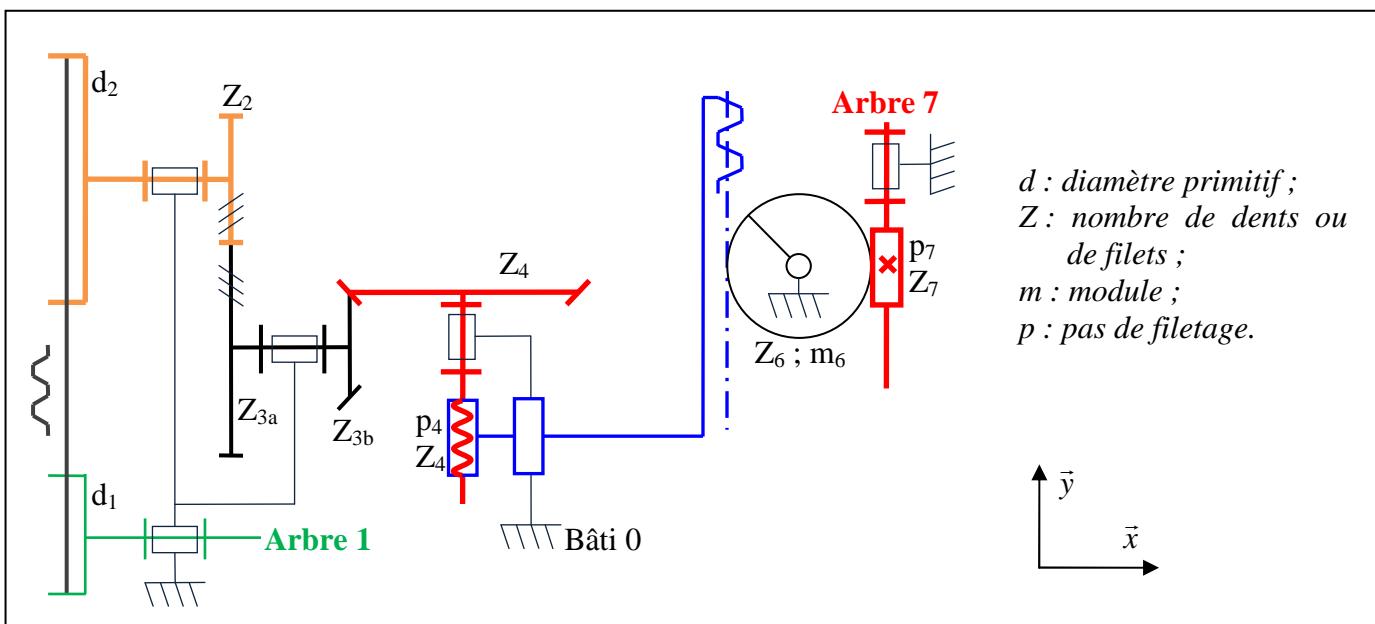
Type	Puissance nominale à 50 Hz	Vitesse nominale	Couple nominal	Couple maximal	Courant à vide	Intensité nominale	Facteur de puissance	Rendement
	P_n kW	N_n min ⁻¹	M_n Nm	M_m Nm	I_o A	$I_n(400V)$ A	$\cos \varphi$	η %
LSMV 71 L	0,37	1452	2,44	7,7	0,95	1,3	0,58	71
LSMV 80 L	0,55	1420	3,7	8,2	1,25	1,65	0,71	68
LSMV 80 L	0,75	1435	4,9	15	1,43	2	0,71	77
LSMV 90 SL	1,1	1445	7,2	17	1,33	2,5	0,82	79
LSMV 90 L	1,5	1435	9,9	23	1,54	3,2	0,84	80

Le réducteur est un réducteur à engrenages droits à dentures hélicoïdales, à trois étages de réduction (schématisé ci-contre). Chaque engrenage a un rendement η_E de 92%.

- 1) Justifier que Z_6 est relié à la sortie (et non l'entrée) du réducteur. Le sens de rotation est-il inversé ? Déterminer le nombre de dents Z_6 pour que le réducteur soit correctement choisi.
- 2) Déterminer le couple nominal du moteur C_M et choisir le moteur le plus adapté dans la série LSMV ci-dessus.
- 3) Déterminer l'énergie consommée par le mécanisme complet (assemblier robotisé + motoréducteur) lorsque l'arbre d'entrée de l'assemblier fait 10000 tours (un jour de travail).



■ COMBINAISON DE SYSTEMES DE TRANSMISSION DE PUISSANCE

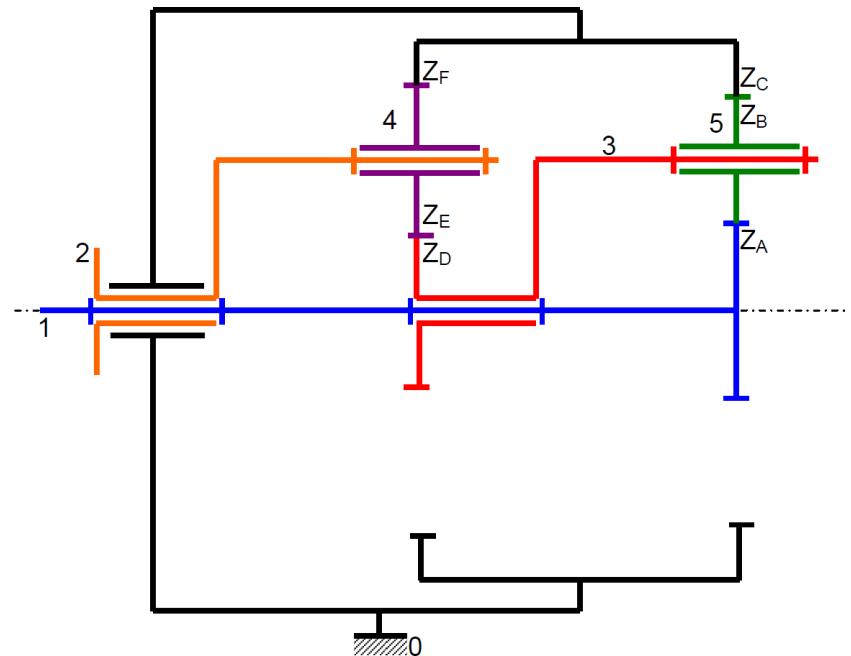


- 1) Donner le nom (le plus complet possible) de chaque système de transmission de puissance en série, depuis l'arbre 1 jusqu'à l'arbre 7.
- 2) Déterminer littéralement le vecteur rotation $\vec{\Omega}_{7/0}$ sachant que $\vec{\Omega}_{1/0} = \omega_{1/0} \cdot \vec{x}$
- 3) Étant donné que le schéma cinématique est à l'échelle, donner la valeur numérique du rapport de transmission $k_{17} = \frac{\|\vec{\Omega}_{7/0}\|}{\|\vec{\Omega}_{1/0}\|}$ sachant que : $p_4 = 1\text{mm}$; $Z_6 = 20$; $Z_7 = 1$ filet

■ REDUCTEUR A TRAINS EPICYCLOÏDAUX

Le réducteur dont le schéma cinématique est représenté ci-contre admet pour entrée l'arbre 1 et pour sortie le moyeu 2.

- 1a) Déterminer quels sont les pièces satellites.
- 1b) En déduire les trains d'engrenages épicycloïdaux élémentaires en série.
- 1c) Appliquer la formule de Willis à chacun des trains épicycloïdaux élémentaires.
- 1d) en déduire le rapport de transmission du réducteur $\frac{\omega_{2/0}}{\omega_{1/0}}$.



- 2) Retrouver ce résultat en appliquant la relation cinématique de non-glissement en chacun de points d'engrènement du réducteur.
- 3) Quelle relation a-t-on entre Z_F , Z_E et Z_D ? Et entre Z_A , Z_B et Z_C ?

Systèmes de transmission de puissance

SYNTHESE

■ Energie et puissance (rappels) :

L'**énergie** est une grandeur physique qui caractérise la capacité d'un ensemble matériel à se modifier ou à modifier son environnement. Elle s'exprime en Joule (J), et elle se mesure pendant une durée.

La **puissance** est la dérivée de l'énergie. Elle s'exprime en Watt (W) et représente un « débit » d'énergie à un instant donné. La puissance se mesure donc à un instant donné.

$$P = \frac{dE}{dt} \quad \text{soit, pour une puissance constante pendant une durée } \Delta t : \quad E = P \cdot \Delta t$$

■ Puissance électrique (consommée par un moteur électrique) :

Courant continu : $P = U \cdot I$

Courant alternatif monophasé : $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$

Courant alternatif triphasé : $P = 3 \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi$

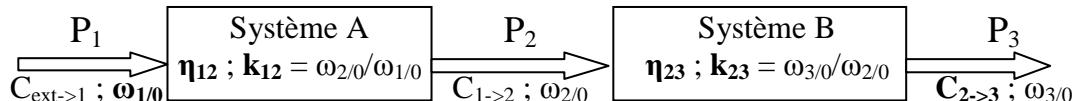
φ : déphasage entre U et I , souvent indiqué sur la plaque signalétique de l'équipement ;

I : courant mesuré au départ d'une ligne ;

U : tension de phase, mesurée entre une ligne et le neutre, soit environ 230 V pour EDF.

■ Rapport de transmission, rendement et couple (rappels d'énergétique) :

Soit la chaîne d'action suivante, avec η_i , k_i , $\omega_{i/0}$ et $C_{2>3}$ donnés :



Rapport de transmission : rapport de la vitesse de sortie sur celle d'entrée :

$$k_{31} = \frac{\omega_{3/0}}{\omega_{1/0}} = k_{12} \cdot k_{23} \quad \Rightarrow \quad \text{Vitesse de sortie : } \omega_{3/0} = k_{12} \cdot k_{23} \cdot \omega_{1/0}$$

Puissance mécanique de rotation : $P_{i/0} = C_{j \rightarrow i} \cdot \omega_{i/0}$

Puissance mécanique de translation : $P_{i/0} = \vec{F}_{j \rightarrow i} \cdot \vec{V}_{i/0}$

Rendement : rapport de la puissance de sortie sur celle d'entrée :

$$\eta_{13} = \frac{P_3}{P_1} = \eta_{12} \cdot \eta_{23} \quad \Rightarrow \quad C_{2 \rightarrow 3} \cdot \omega_{3/0} = \eta_{12} \cdot \eta_{23} \cdot C_{ext \rightarrow 1} \cdot \omega_{1/0}$$

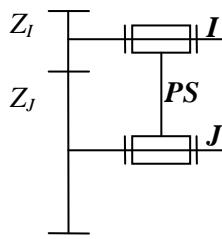
Et on en déduit ainsi le couple d'entrée « consommé » par le système :

$$C_{ext \rightarrow 1} = \frac{C_{2 \rightarrow 3} \cdot \omega_{3/0}}{\eta_{12} \cdot \eta_{23} \cdot \omega_{1/0}} = \frac{C_{2 \rightarrow 3} \cdot k_{12} \cdot k_{23} \cdot \omega_{1/0}}{\eta_{12} \cdot \eta_{23} \cdot \omega_{1/0}} = C_{2 \rightarrow 3} \cdot \frac{k_{12} \cdot k_{23}}{\eta_{12} \cdot \eta_{23}}$$

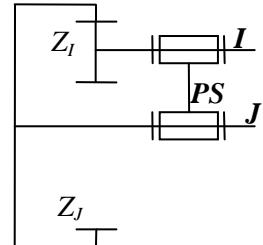
■ **Engrenage, rapport de transmission (formule qui permet de retrouver toutes les autres) :**

$$\frac{\omega_{J/PS}}{\omega_{I/PS}} = \pm \frac{Z_I}{Z_J}$$

positif si contact extérieur (axes //) :



négatif si contact intérieur (axes //) :



$\frac{\omega_{J/PS}}{\omega_{I/PS}} = k$ donne en intégrant : $\frac{\theta_{J/PS}}{\theta_{I/PS}} = k$. Le rapport des vitesses est aussi le rapport des positions.

■ **Module d'une roue dentée : $d = m.Z$**

Avec : d : diamètre primitif ;

m : module (lié à l'épaisseur d'une dent) ;

Z : nombre de dents.

■ **Train d'engrenages simple, ou système poulies-courroie ou pignons-chaîne :**

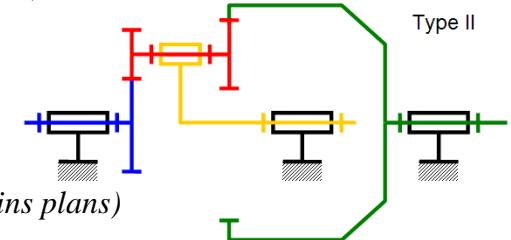
$$\text{Rapport de transmission : } \frac{\omega_S}{\omega_E} = (-1)^n \cdot \prod \frac{Z_{\text{menant}(E)}}{Z_{\text{menées}(S)}} = (-1)^n \cdot \prod \frac{d_{\text{menant}(E)}}{d_{\text{menées}(S)}}$$

avec n : nombre de contacts extérieurs (pour les engrenages droits)

■ **Train d'engrenages épicycloïdal – formule de Willis :**

$$\text{Raison : } \frac{\omega_{P2/0} - \omega_{PS3/0}}{\omega_{P1/0} - \omega_{PS3/0}} = (-1)^n \cdot \frac{Z_1}{Z_{4a}} \cdot \frac{Z_{4b}}{Z_2} \quad (\text{à savoir retrouver})$$

avec n : nombre de contacts extérieurs (uniquement pour les trains plans)



■ **3 méthodes pour déterminer le rapport de transmission dans des systèmes complexes :**

a) **Décomposer** en trains d'engrenages élémentaires : engrenages à axes fixes, et trains épicycloïdaux :

- Ecrire le rapport de transmission pour chaque train d'engrenages à axes fixes ;
- Ecrire la formule de Willis pour chaque train d'engrenages épicycloïdal élémentaire ;
- Combiner les équations précédentes pour en tirer le rapport de vitesses recherché.

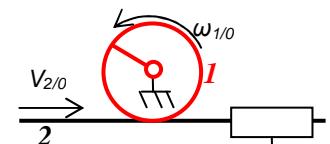
b) Ecrire la 1^{ère} formule de cette page (rapport de transmission) pour **chaque point d'engrènement**, puis combiner les équations pour en tirer le rapport de vitesses recherché.

c) **(conseillée uniquement lorsqu'il y a des points de contact sans glissement, sans engrenage)**

Ecrire les **non-glissements** en chaque point d'engrènement (ou de contact sans glissement), appliquer les compositions des vitesses (fermeture cinématique, en chaque point), puis combiner les équations pour en tirer le rapport de vitesses recherché.

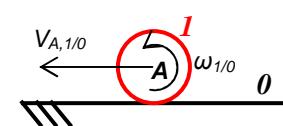
■ **Système pignon-crémaillère (ou poulie-courroie ou pignon-chaîne ou treuil) :**

$$V_{\text{cremaillère}/0} = R_{\text{pignon}} \cdot \omega_{\text{pignon}/0} \quad \text{et donc : } d_{\text{cremaillère}/0} = R_{\text{pignon}} \cdot \theta_{\text{pignon}/0}$$



■ **Roue d'un véhicule qui roule sans glisser sur un support :**

$$V_{\text{véhicule/support}} = R_{\text{roue}} \cdot \omega_{\text{roue/support}} \quad \text{et donc : } d_{\text{véhicule/support}} = R_{\text{roue}} \cdot \theta_{\text{roue/support}}$$



■ **Système vis-écrou :**

$$V_{\text{Ecrou}/0} = \pm \omega_{\text{Vis}/0} \cdot \frac{p_V}{2\pi} \quad \text{et donc : } d_{\text{Ecrou}/0} = \pm \theta_{\text{Vis}/0} \cdot \frac{p_V}{2\pi}$$

$$\text{Pas à droite: } V_{\text{Ecrou/Vis}} = +\omega_{\text{Ecrou/Vis}} \cdot \frac{p_V}{2\pi} \quad \text{donc : } V_{\text{Ecrou}/0} = -\omega_{\text{Vis}/0} \cdot \frac{p_V}{2\pi}$$

