ETOUFFEUR DE VIBRATIONS

1. MISE EN SITUATION

Le modèle de la figure ci-dessous permet d'étudier le comportement d'un support vibrant. Le support est excité par une masse tournante (balourd) et on veut montrer qu'un pendule simple, judicieusement choisi, associé au support, permet de compenser les vibrations, pour une fréquence donnée.

Le repère $R_0(O,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ est lié au référentiel **0** supposé galiléen.

Le repère $R_1(A,\vec{x}_0,\vec{y}_0,\vec{z}_0)$ est lié au support vibrant **1**.

Le support vibrant dont la déformation est élastique, est modélisé par un solide **1** de masse M, en liaison glissière de direction $\vec{x}_0$ avec un support fixe galiléen **0** et rappelé par un ressort de longueur libre l_0 et de raideur k. La position de **1** par rapport à **0** est donnée par $\overrightarrow{OA} = (l_0 + x).\vec{x}_0$.

Le repère $R_2(B,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{z}_0)$ est lié au rotor **2**.

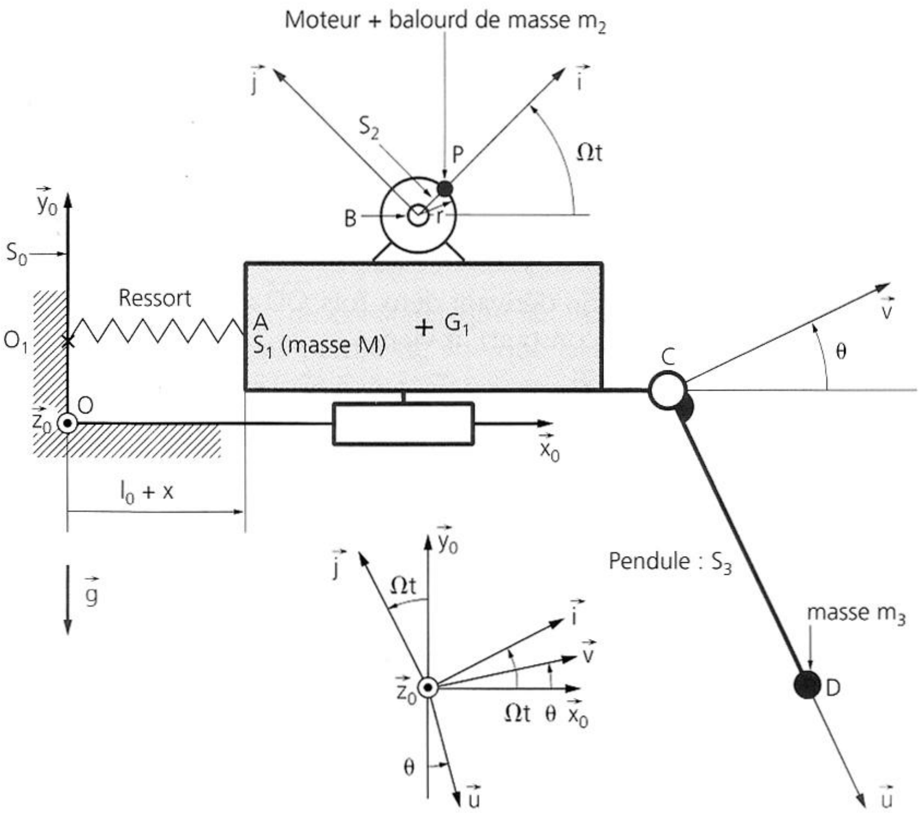
Une masse ponctuelle m_2 excentrée, placée en P, tourne sur un rayon r et est entrainée à fréquence constante Ω. Elle modélise le balourd du rotor **2** d'un moteur. La position angulaire de **2** par rapport à **1** est donnée par $\Omega t = (\vec{x}_0,\vec{\imath}) = (\vec{y}_0,\vec{\jmath})$.

Le repère $R_3(C,\vec{u},\vec{v},\vec{z}_0)$ est lié au pendule **3**.

Un pendule simple de longueur l porte en son extrémité D une masse concentrée m_3. L'ensemble constitue le solide **3**, en liaison pivot d'axe $(C,\vec{z}_0)$ avec **1**. La position angulaire de **3** par rapport à **1** est donnée par $\theta = (\vec{x}_0,\vec{v}) = (-\vec{y}_0,\vec{u})$.

Les masses autres que M, m_2 et m_3 sont négligées.

L'accélération de la pesanteur est notée $\vec{g} = -g.\vec{y}_0$.



2. OBJECTIF

L'objectif de cette étude est de déterminer quelques grandeurs cinématiques nécessaires pour établir les équations différentielles qui régissent le mouvement du système c'est-à-dire les équations donnant $x(t)$ et $\theta(t)$.

3.QUESTIONS

3.1. Tracer le graphe d'isolement et le graphe de paramétrage correspondant au modèle.

3.2. Déterminer la vitesse et l'accélération de G_1 de **1** par rapport à **0** : $\vec{V}(G_1, 1/0)$ et $\vec{a}(G_1, 1/0)$.

3.3. Déterminer la vitesse et l'accélération de P de **2** par rapport à **0** : $\vec{V}(P, 2/0)$ et $\vec{a}(P, 2/0)$.

3.4. Déterminer la vitesse et l'accélération de D de **3** par rapport à **0** : $\vec{V}(D, 3/0)$ et $\vec{a}(D, 3/0)$.

Les deux équations fournies par le P.F.D. sont les suivantes :

$$\begin{cases} \ddot{x}(t).\cos\theta(t) + l.\ddot{\theta}(t) = -g.\sin\theta(t) \\ (M + m_2 + m_3).\ddot{x}(t) + m_3.l.\left[\ddot{\theta}(t).\cos\theta(t) - \dot{\theta}(t)^2.\sin\theta(t)\right] - m_2.r.\Omega^2.\cos\Omega.t = -k.x(t) \end{cases}$$

Pour résoudre le système d'équations, on considère que les mouvements en θ sont petits.

De plus, on recherche les solutions en régime établi c'est-à-dire les solutions du type :

- $x(t) = A.cos(\Omega.t)$
- $\theta(t) = B.\cos(\Omega.t)$

3.5. En se souvenant que l'on cherche à supprimer les vibrations du bâti, c'est-à-dire à imposer $A = 0$, trouver les conditions à imposer au pendule.