

1. MISE EN CONTEXTE

Avant d'être étirée puis torsadée afin de constituer des fils textiles, la matière première (laine, flocons de coton), débarrassée de ses impuretés, doit être peignée ou cardée afin de tendre les fibres et de les disposer parallèlement les unes par rapport aux autres.

La machine présentée sur la Figure 1 assure cette opération. Les fibres brutes sont placées sur un tapis roulant à l'entrée de la machine. Après avoir été orientées par un ensemble de rouleaux, les fibres sont disposées selon une nappe autour d'un cylindre finement cannelé. Un peigne animé d'un mouvement de rotation alternatif est alors chargé de détacher les fibres du cylindre pour constituer une nappe de fibres qui s'enroule finalement sur une bobine.

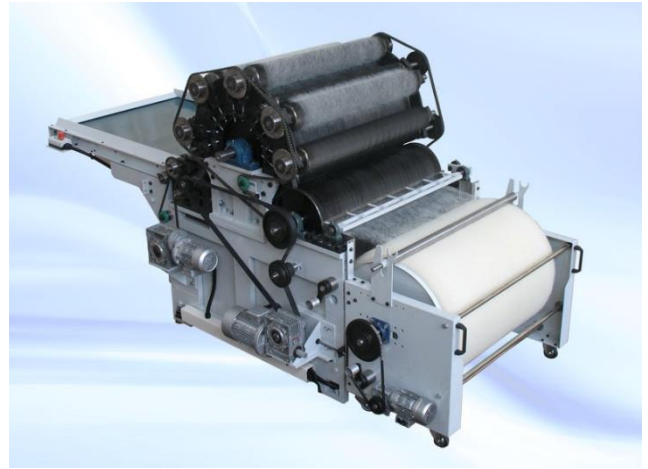


Figure 1 - Machine de cardage RAMELLA (Italie)

La Figure 2 présente le système d'entraînement du peigne. Un système poulies – courroie transmet la puissance du moteur électrique à une boîte de peigne qui transforme la rotation continue de l'arbre d'entrée en rotation alternative du peigne. Une barre de torsion est placée entre le bâti et le peigne (brevet déposé par SKF). Elle est chargée de limiter les effets dynamiques occasionnés par le mouvement alternatif du peigne.

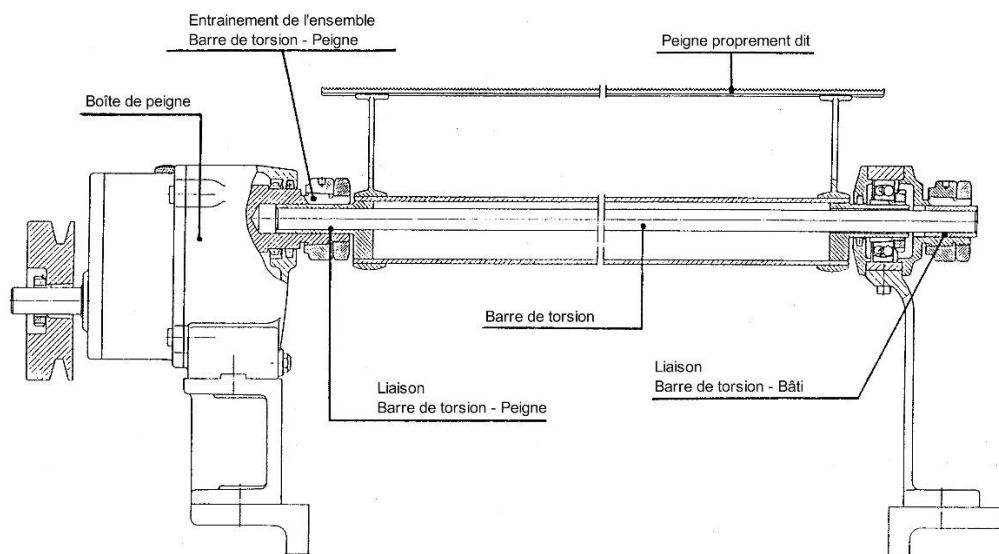


Figure 2 - Système d'entraînement du peigne.

La Figure 3 présente un écorché de la boîte de peigne. Le principe du mécanisme de transformation de mouvement est celui d'un système « quatre barres ». Un arbre d'entrée muni d'un excentrique entraine un arbre de sortie également muni d'un excentrique. Les deux arbres sont reliés par une bielle.

La Figure 3 présente également la modélisation associée à la boîte de peigne.

Le repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est associé au carter **0** de la boîte de peigne.

Le repère $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ est lié à l'arbre d'entrée **1**. L'arbre **1** est en liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_0) avec le bâti **0**. La position angulaire de **1** par rapport à **0** est donnée par l'angle $\alpha(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$.

Le repère $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ est lié à la bielle **2**. La bielle **2** est en liaison pivot d'axe (A, \vec{z}_0) avec l'arbre d'entrée **1** et en liaison pivot d'axe (B, \vec{z}_0) avec l'arbre de sortie **3**. La position angulaire de **2** par rapport à **0** est donnée par l'angle $\beta(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$. La position du point A par rapport à **0** est donnée par le vecteur position $\vec{OA} = r \cdot \vec{x}_1$ et la position du point B par rapport à **0** est donnée par le vecteur position $\vec{OB} = x_B(t) \cdot \vec{x}_0 + y_B(t) \cdot \vec{y}_0$. La distance AB est donnée par le vecteur $\vec{AB} = l \cdot \vec{x}_2$ où l désigne la longueur de la bielle **2**.

Le repère $R_3(C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$ est lié à l'arbre de sortie **3** lui-même lié au **peigne**. L'arbre **3** est en liaison pivot d'axe (B, \vec{z}_0) avec la bielle **2** et en liaison pivot d'axe (C, \vec{z}_1) avec le bâti **0**. La position angulaire de **3** par rapport à **0** est donnée par l'angle $\delta(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$. La position du point C par rapport à **0** est donnée par le vecteur position $\vec{OC} = l \cdot \vec{x}_0 + R \cdot \vec{y}_0$ et la position du point B par rapport à **0** est donnée par le vecteur position $\vec{CB} = -R \cdot \vec{y}_3$.

La boîte de peigne transforme la rotation continue de l'arbre **1** en rotation alternative de l'arbre **3**.

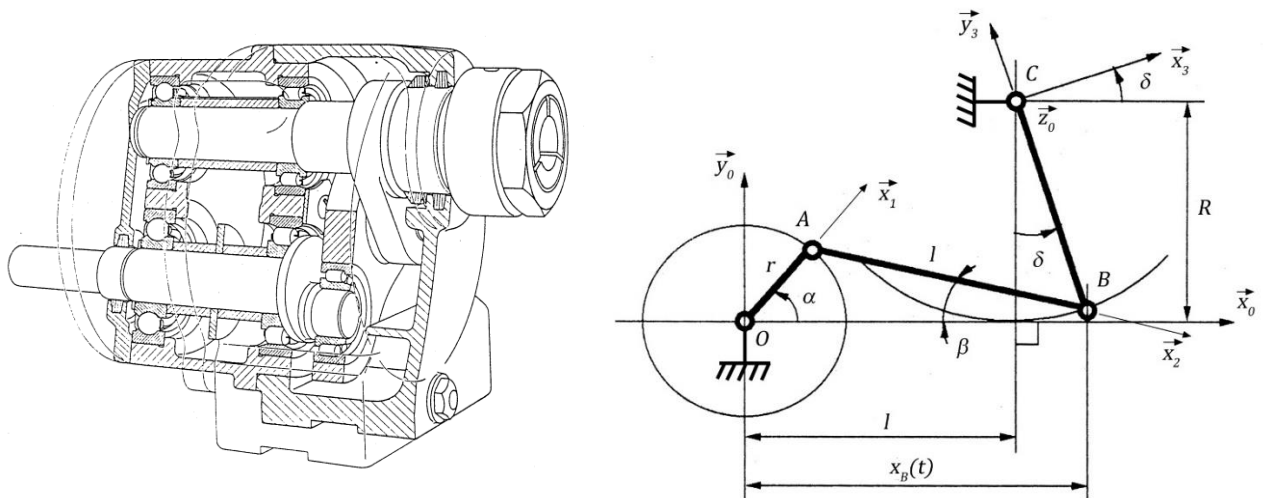


Figure 3 - Ecorché de la boîte de peigne et modélisation associée.

Un ensemble de vecteurs position et de figures planes est donné Figure 4 comme paramétrage.

$$\begin{aligned}
 \vec{OA} &= r \cdot \vec{x}_1 & r &= 20 \text{ mm} \\
 \vec{AB} &= l \cdot \vec{x}_2 & l &= 120 \text{ mm} \\
 \vec{CB} &= -R \cdot \vec{y}_3 & R &= 100 \text{ mm} \\
 \vec{OC} &= l \cdot \vec{x}_0 + R \cdot \vec{y}_0 \\
 \vec{OB} &= x_B(t) \cdot \vec{x}_0 + y_B(t) \cdot \vec{y}_0
 \end{aligned}$$

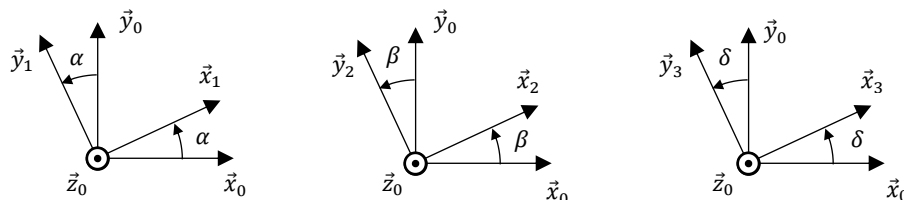


Figure 4 - Position et angles du paramétrage.

2. LOI D'ENTREE-SORTIE DE LA BOITE DE PEIGNE

Objectif : déterminer la loi d'entrée-sortie de la boîte de pignone pour amorcer une étude dynamique du système.

- 2.1. Tracer un graphe de liaisons correspondant à la description et à la Figure 3.
- 2.2. Tracer le graphe de paramétrage faisant apparaître $\alpha(t)$, $\beta(t)$, $\delta(t)$, $x_B(t)$ et $y_B(t)$.
- 2.3. Ecrire une fermeture géométrique sur le cycle **0-1-2-0** et la projeter dans la base $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.
- 2.4. Ecrire une fermeture géométrique sur le cycle **0-2-3-0** et la projeter dans la base $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

Les dimensions des éléments du système permettent d'envisager l'hypothèse suivante :

- r est petit devant l et R .

Dans ces conditions, les angles δ et β peuvent être considérés comme faibles et la trajectoire du point B peut être confondue avec l'axe (O, \vec{x}_0) , c'est-à-dire que $y_B(t) = 0$.

- 2.5. A l'aide des quatre équations obtenues, exprimer alors la relation liant la position angulaire de sortie $\delta(t)$ de l'arbre **3** par rapport au bâti **0** et la position angulaire $\alpha(t)$ d'entrée de l'arbre **1** par rapport au bâti **0**.

Un outil de simulation numérique est utilisé pour fournir des résultats sur les grandeurs du modèle cinématique de la Figure 3. La Figure 5 présente les courbes de la loi $\delta = f(\alpha)$ obtenue par simulation et obtenue analytiquement en tenant compte de l'hypothèse (courbe tracée pour un tour de l'arbre d'entrée **1**)

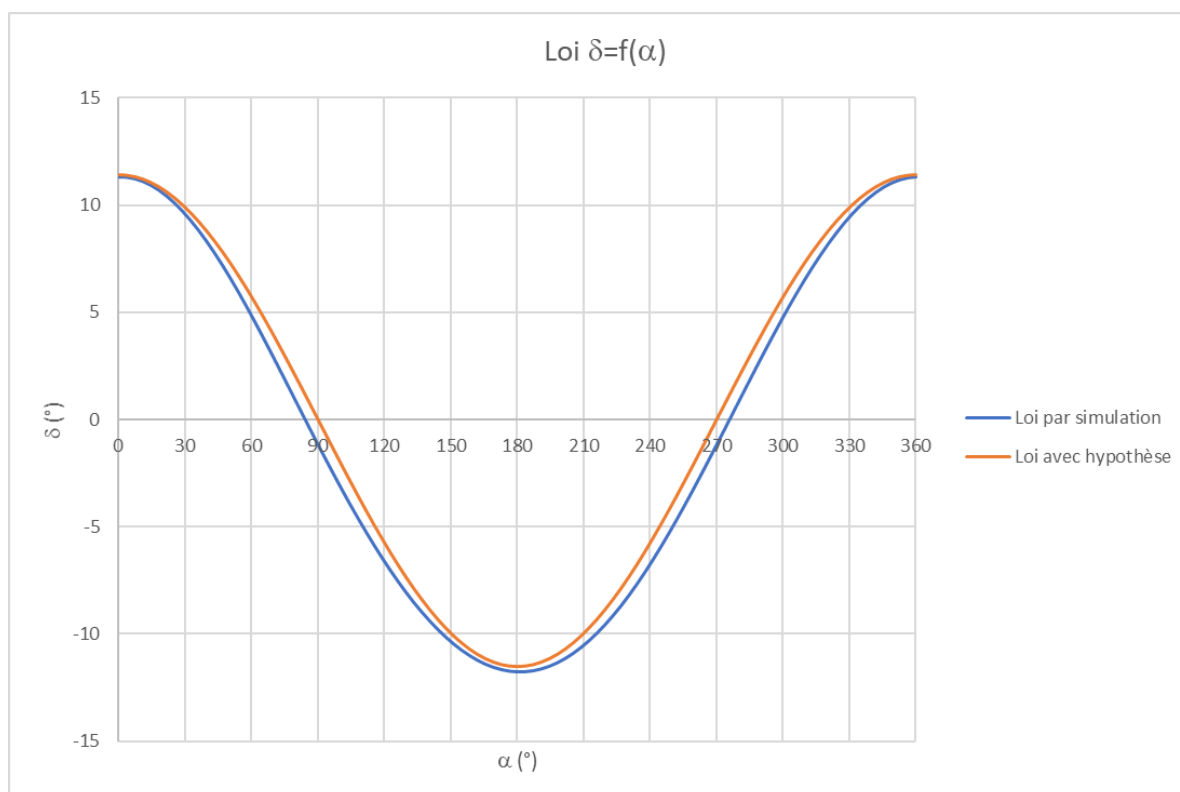


Figure 5 – Courbes comparatives de l'évolution de l'angle $\delta(t)$ pour un tour de l'arbre d'entrée **1**.

- 2.6. L'hypothèse de départ peut-elle être validée ?